

עבודת קיץ – חיזוק יסודות לקראת כיתה י"א

עבודה זו נועדה לחזק רעיונות יסוד מרכזיים שנלמדו במהלך השנה, ולהוות גשר מושכל בין הלמידה בכיתה י' לבין הלמידה בכיתה י"א. השאלות בעבודה נכתבו ברוח ובסגנון השאלות המופיעות בספר של ד"ר אפי כהן, וממשיכות את אופן החשיבה, הניתוח והעבודה שנלמדו במהלך השיעורים. הן משלבות הבנה מתמטית, חיבור בין נושאים וחשיבה הנהוגה גם בבחינות הבגרות, ומתאימות כהכנה מדורגת וממוקדת לשנה הבאה. מומלץ לעבוד באופן מסודר, לנסות להבין את דרך החשיבה הנדרשת בכל שאלה, ולא להסתפק בביצוע טכני בלבד.

תוכן עניינים

2	חשבון דיפרנציאלי
2	פולינום
5	פונקציה עם שורש
7	פונקציה רציונלית
10	בעיות קיצון
10	פולינום
12	פונקציית שורש
14	פונקציה רציונלית
16	גיאומטריה
16	שאלות ללא מעגל
20	שאלות עם מעגל
23	טריגונומטריה
23	הגדרת הפונקציות הטריגונומטריות במשולש ישר זווית
25	משפט הסינוסים
27	משפט הקוסינוסים

חשבון דיפרנציאלי

פולינום

1. נתונה הפונקציה $f(x) = -ax^3 - 6x^2 - 9a^3x$ כאשר $a < 0$. נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x = 0$ הוא $-9a$.
 א. מצאו את ערך הפרמטר a .
 ב. הציבו את הפרמטר a שמצאתם, ומצאו את:
 (1) נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (2) נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.
 ג. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$.
 ד. הציבו בפונקציה הנתונה $a = -2$ וענו על הסעיפים הבאים.
 (1) מצאו את נקודת המקסימום המוחלט והמינימום המוחלט בתחום $[-1, 1]$.
 (2) האם פונקציה זו עוברת בראשית הצירים?



[תשובה](#)

2. נתונה הפונקציה $f(x) = 5x^3 + ax^2 - 45x + b$ כאשר a ו- b פרמטרים.
 א. נתון כי $f(x) = (5x - 1)(x^2 - 9)$.
 (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (2) מצאו את הפרמטרים a, b .
 הציבו $a = -1$ ו- $b = 9$ וענו על הסעיפים וענו על סעיפים ב' ו-ג'.
 ב. מגדירים פונקציה חדשה $g(x) = \frac{9}{32} f(x)$.
 (1) הראו שנקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x הם גם נקודות החיתוך של הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .
 (2) מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וסווגו אותן.
 (3) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 מגדירים פונקציה $h(x) = g(x + k) + n$ כאשר k ו- n פרמטרים.
 ג. נתון כי ראשית הצירים היא נקודת מקסימום של הפונקציה $h(x)$.
 (1) מצאו את k ו- n .
 (2) מצאו את נקודת המינימום של הפונקציה $h(x)$.
 (3) מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $-h(-x)$ וסווגו אותן.



[תשובה](#)

3. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 9)^2$.

- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה $f'(x)$ עם ציר ה- x .
 - מצאו את התחום שבו $f(x) \cdot f'(x) > 0$.
- נתונה הפונקציה $h'(x) = f(x)$.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $h(x)$.



[תשובה](#)

4. נתונה הפונקציה $f(x) = (x - 2) \cdot (x + 2)^3$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה פונקציה חדשה $h(x) = p \cdot f(x)$, כאשר p הוא פרמטר.
- ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $h(x)$ בנקודה שבה $x = 0$ הוא 32.
 - מצאו את ערך הפרמטר p .
 - עבור ערך p שמצאתם, מצאו את נק' החיתוך של הפונקציה $h(x)$ עם ציר ה- y .
 - מצאו את המרחק בין נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ לבין נקודת המקסימום של הפונקציה $h(x)$.



[תשובה](#)

5. נתונה הפונקציה $f(x) = x(x - a)^3$, כאשר a הוא פרמטר. נתון שהנקודה $(5,5)$ נמצאת על הפונקציה.

- מצאו את a .
- הציבו את a שמצאתם בסעיף קודם וענו על הסעיפים הבאים.
- מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - מצאו את שתי הנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת.
 - מבין הנקודות שמצאתם בסעיף קודם קבעו מי נקודת קיצון וסווגו אותה.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
1. מגדירים פונקציה חדשה $g(x) = -f(x)$.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 - מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת $g'(x)$.



[תשובה](#)

6. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 1)(49 - x^2)$ המוגדרת לכל x .
- מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - קבעו האם הפונקציה זוגית או אי זוגית.
- נתונה הפונקציה $g(x) = 10x^2 + 95$ המוגדרת לכל x .
- מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
 - שרטטו באותה מערכת צירים את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
 - נקודות המקסימום של הפונקציה $f(x)$ ונקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$ יוצרים משולש, חשבו את שטחו.



[תשובה](#)

7. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 + bx + c$, כאשר b ו- c הם פרמטר.
- נתון כי $f(x) = (x - 3)^2(x + 6)$.
- מצאו את הפרמטרים b ו- c .
 - מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - נתונה הפונקציה $g(x) = f(2x - 3)$ בתחום $[-1, 4]$.
- (1) מצאו את המקסימום המוחלט של הפונקציה $g(x)$.
- (2) מצאו את המינימום המוחלט של הפונקציה $g(x)$.



[תשובה](#)

פונקציה עם שורש

1. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{ax^4 + bx^2 + c}$ (פרמטרים שונים מאפס).

א. הביעו באמצעות הפרמטרים את נגזרת הפונקציה $f'(x)$, צמצמו ככל הניתן. ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודות $(0,1)$ ו- $(0.4,0.6)$. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0.4$ הוא 0.

- ב. מצאו את הפרמטרים a, b, c .
ג. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
ד. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ו. לפניכם ארבע פונקציות, קבעו לגבי כל פונקציה האם הגרף שלה זהה לגרף של הפונקציה $f(x)$, נמקו.
(1) $f(-x)$ (2) $f(|x|)$ (3) $-f(x)$ (4) $|f(x)|$.



תשובה

2. נתונה הפונקציה $f(x) = 4 + \sqrt{x^2 - 6x + k}$ (הוא פרמטר). נתון שהפונקציה מוגדרת לכל x ממשי.

- א. מהם כל הערכים האפשריים של k ?
נתון ששיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 7$ הוא 0.8.
ב. מצאו את k .
הציבו $k = 18$ וענו על הסעיפים הבאים.
ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.
ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
נתונה הפונקציה $g(x) = 14 - f(x)$.
ו. ענו על הסעיפים הבאים עבור הפונקציה $g(x)$.
(1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון וקבעו את סוגן.
(2) שרטטו סקיצה וקבעו כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה עם ציר ה- x .



תשובה

3. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^3 + m)\sqrt{6x + 1}$, כאשר m הוא פרמטר.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ב. ידוע כי גרף הפונקציה עובר בנקודה $(2,0)$. מצאו את m .
ג. הראו כי $f'(x) = \frac{3(x-1)(7x^2+8x+8)}{\sqrt{6x+1}}$.
ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן. תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.
ה. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
ו. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ז. האם קיים ערך של x עבורו המשיק לפונקציה מקביל לישר $y = 10$? נמקו.



תשובה

4. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 + b)\sqrt{a - x^2}$, כאשר a פרמטר חיובי ו- b פרמטר שלילי.
- קבעו האם הפונקציה $f(x)$ זוגית, אי-זוגית, או לא זוגית ולא אי זוגית.
 - הביעו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ בעזרת a .
- ידוע כי תחום ההגדרה הוא $-6.5 \leq x \leq 6.5$, וכי גרף הפונקציה עובר בנקודה $(6, 31.25)$.
- מצאו את הפרמטרים a, b .
 - מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$, תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.
 - מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון, והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה ברביע השלישי.
- לפניכם ארבע טענות. עבור כל טענה הסבירו מדוע היא נכונה.
 - ייתכן שמתקיים $f(x_A) + f(x_B) = 0$.
 - הנגזרת בנקודה B היא בהכרח שלילית.
 - המכפלה $f(x_B) \cdot x_B$ היא בהכרח חיובית.
 - קיימת נקודה A ברביע הראשון עבורה המשיק לגרף הפונקציה מקביל לציר ה- x .



[תשובה](#)

פונקציה רציונלית

1. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x^2 - 28x + 24}{2x^2 - 13x + 15}$.

- א. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- ב. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 2$.

- ו. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.



[תשובה](#)

2. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^4}{x^4 - 2x^2 + 1}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
- ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ו. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם האסימפטוטה האופקית שלה.
- ז. תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.
- ח. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- נתונה הפונקציה $g(x) = 2f(x) + c$.
- ט. ידוע כי האסימפטוטה האופקית של $g(x)$ היא $y = 5$ מצאו את הפרמטר c .



[תשובה](#)

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x+a}{x^4-1}$ (a הוא פרמטר).

נתון שהגרף עובר בנקודה $(0,1)$.

- א. מצאו את הפרמטר a .
- ב. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:
 - (1) תחום ההגדרה.
 - (2) נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.
 - (3) האסימפטוטות המאונכות לצירים.
- ג. נתונה הפונקציה $g(x) = -6x^4 + 4x^3 - 2$
 - (1) מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.
 - (2) הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ יורדת בכל תחום הגדרתה.
- ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה פונקציה חדשה $h(x)$ המקיימת $h'(x) = f(x)$
 - (1) מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$, וקבעו את סוגה.
 - (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $h(x)$.



[תשובה](#)

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{n(x-10)}{(x-5)^2-16}$, הפרמטר n חיובי.

א. פתרו את הסעיפים הבאים (הביעו בעזרת n במקרה הצורך):

- (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- (3) מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- (4) הראו כי הפונקציה חותכת את האסימפטוטה האופקית שלה בנקודה אחת בלבד, מצאו את שיעוריה.

נתונה פונקציה חדשה: $g(x) = \frac{(x-b) \cdot f(x)}{x-b}$, הפרמטר $b > 0$.

ב. ידוע כי לגרף הפונקציה $g(x)$ ולאסימפטוטה האופקית שלה אין נקודת חיתוך.

- (1) מצאו את ערך הפרמטר b .
- (2) ידוע כי גרף הפונקציה $g(x)$ עובר בנקודה $(5,5)$ מצאו את ערך הפרמטר n .

ג. הציבו את ערכי n, b שמצאתם בפונקציה $g(x)$ וענו על הסעיפים הבאים:

- (1) מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.
- (2) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.



[תשובה](#)

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{n(x-11)^2(x-7)}{(x-13)^2(x-k)}$, כאשר n ו- k פרמטרים חיוביים.

נתון הישר $x = 13$ הוא האסימפטוטה האנכית היחידה של הפונקציה $f(x)$, ויש לה בדיוק נקודת חיתוך אחת עם ציר ה- x .

- א. מצאו את שתי האפשרויות עבור ערכו של הפרמטר k .
- ב. הציבו $k = 7$ וענו על הסעיפים הבאים (הביעו באמצעות n במידת הצורך):
 - (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
 - (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - (4) מצאו את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה.
 - (5) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. הנקודה $(0, \frac{363}{169})$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ מצאו את ערך הפרמטר n .

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) \cdot (x-13)^2$.

- (1) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- (2) עבור אילו ערכי L , הישר $y = L$, חותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה אחת בלבד?



[תשובה](#)

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^4 + ax^2 + b}{x^5 - 4x^3}$ (פרמטרים a, b).

נתון כי לפונקציה ישנה שתי נקודות אי-רציפות סליקה, הפונקציה עוברת בנקודה $(1,0)$ ויש לה אסימפטוטה אנכית אחת בלבד.

- א. מצאו את הפרמטרים a, b .
- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ג. מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- ד. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- ה. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.
- ו. שרטטו סקיצה של הפונקציה.
- ז. נתון הישר $y = k$, כאשר k הוא פרמטר.

(1) לאילו ערכי k לישר הנתון יש 2 נקודות מפגש עם הפונקציה $f(x)$?

(2) לאילו ערכי k לישר הנתון יש נקודת מפגש אחת בלבד עם הפונקציה $f(x)$?

(3) נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$,

מצאו לאילו ערכי k יש למשוואה $g(x) = k$ בדיוק 4 פתרונות.



[תשובה](#)

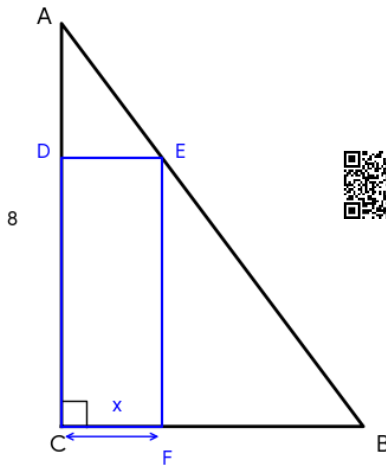
בעיות קיצון

פולינום

1. נתון משולש ישר זווית ABC , שבו הזווית $\sphericalangle C = 90^\circ$.
בתוכו חסום מלבן $CDEF$ כמתואר בציור.
נתון: $AC = 8, BC = 6$.
נסמן $CF = x$.



המחשה בגאוגברה



- א. הביעו באמצעות x את אורך הקטע CD .
ב. מצאו את ערך x עבורו שטח המלבן $CDEF$ הוא מקסימלי.
ג. חשבו את השטח המקסימלי של המלבן.
ד. עבור ה- x שמצאתם בסעיף ב',
האם שטח המשולש ADE שווה לשטח המשולש EFB ?

6

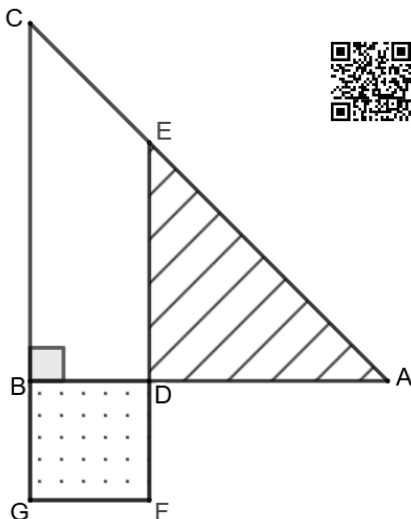


תשובה

2. נתון משולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle B = 90^\circ$).



המחשה בגאוגברה



- נתון כי: $AB = BC = k$.
הנקודה D נמצאת על הניצב AB .
על הקטע BD בונים ריבוע $BDFG$ (כמתואר באיור).
הנקודה E נמצאת על היתר AC ,
כך שהנקודות D, E ו- F נמצאות על ישר אחד.
נסמן $BD = x$.

- א. הביעו באמצעות k ו- x את:
(1) אורכי הקטעים AD ו- DE .
(2) סכום השטחים של הריבוע $BDFG$, והמשולש ADE .
ב. הביעו באמצעות k את x עבורו סכום השטחים של הריבוע $DBFG$, והמשולש ADE הוא מינימלי.

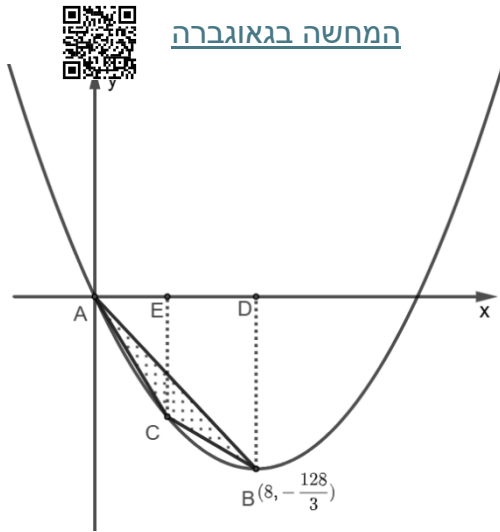
- נתון כי סכום השטחים של הריבוע $BDFG$, והמשולש ADE המינימלי הוא 27.
ג. חשבו את ערך הפרמטר k .

- ד. עבור k ו- x שמצאתם בסעיפים קודמים, מהו היחס בין שטח המשולש ADE לבין שטח הריבוע $DBFG$?



תשובה

[המחשה בגאוגברה](#)

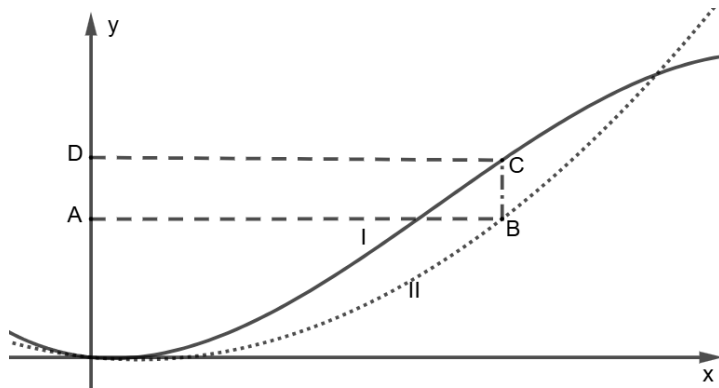


3. לפניכם שרטוט גרף הפונקציה $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - \frac{32}{3}x$

- א. הנקודה A היא ראשית הצירים, הנקודה B היא קודקוד (1) מצאו את שיעורי הנקודה B .
- (2) מצאו את משוואת הישר AB .
- מהנקודה B הורידו אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה D .
- ב. מצאו את שטח המשולש ABD .
- הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה בין הנקודה B לנקודה A . נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C .
- ג. מצאו את תחום הערכים האפשרי של t , נמקו.
- מהנקודה C הורידו אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה E .
- ד. הביעו באמצעות t את:
 - (1) שטח המשולש ACE .
 - (2) שטח הטרפז $CBDE$.
 - (3) שטח המרובע $ACBD$.
- ה. הביעו באמצעות t את פונקציית השטח של המשולש ABC .
- ו. מצאו את ערך t עבורו שטח המשולש ABC מקסימלי, וחשבו את השטח.



[תשובה](#)



4. בשרטוט שלפניכם מתוארים

- שני גרפים I ו-II.
- גרף אחד מתאר את הפונקציה $f(x) = -x^3 + 22x^2 - 20x$
- וגרף שני מתאר את הפונקציה $g(x) = 10x^2 - 20x$.
- א. התאימו לכל גרף את הפונקציה שאותה הוא מתאר.
- ב. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

- הנקודה B נמצאת על גרף II ברביע הראשון.
- נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה B .
- ג. מצאו את תחום הערכים האפשרי של t .
- מנקודה B העבירו מקביל לציר ה- y שחותך את גרף I בנקודה C .
- ד. מצאו את t שעבורו אורך הקטע BC מקסימלי.
- הנקודות A ו- D נמצאות על ציר ה- y , כך ש המרובע $ABCD$ הוא מלבן.
- ה. מצאו את t עבורו שטח המלבן מקסימלי.



[תשובה](#)

פונקציית שורש



המחשה בגאוגברה

1. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
- ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון. מהנקודה A מורידים אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה B , ואנך לציר ה- y החותך אותו בנקודה C . ראשית הצירים מסומנת בנקודה O , המרובע $ABOC$ הוא מלבן.

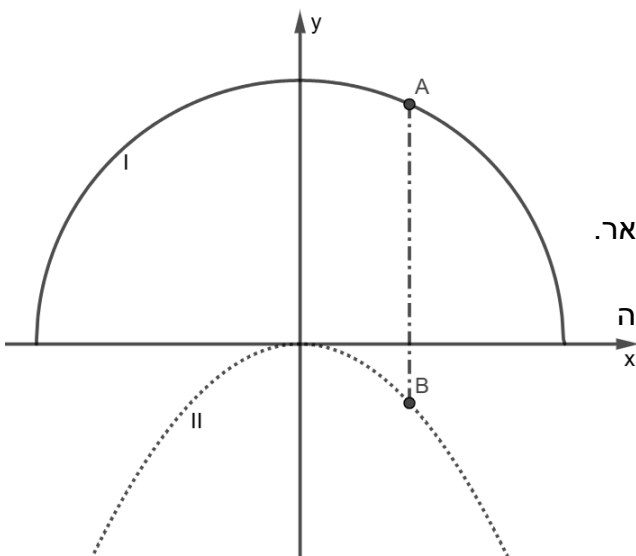
- ד. נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A .
 - (1) הביעו באמצעות t את שיעור ה- y של הנקודה A .
 - (2) הביעו באמצעות t את היקף המלבן $ABOC$.
 - (3) מצאו את ערך t עבורו היקף המלבן $ABOC$ הוא מקסימלי. תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.
- ה. השתמשו בערך t שמצאתם, מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle AOB$.



תשובה



המחשה בגאוגברה



2. בשרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים I ו-II.

גרף אחד מתאר את הפונקציה $f(x) = \sqrt{169 - x^2}$ וגרף שני מתאר את הפונקציה $g(x) = -kx^2$, כאשר k פרמטר חיובי.

- א. התאימו לכל גרף את הפונקציה שאותה הוא מתאר.
- ב. מצאו את תחום ההגדרה של כל פונקציה.
- ג. מהו שיעור ה- y המקסימלי האפשרי עבור נקודה הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$?

הנקודה A נמצאת על גרף I ברביע הראשון. הנקודה B נמצאת על גרף II ברביע הרביעי. הקטע AB מאונך לציר ה- x .

ד. נסמן את שיעור ה- x של הנקודות ב- t .

(1) הביעו באמצעות t, k את אורך הקטע AB .

(2) הראו כי כאשר אורך הקטע AB הוא מקסימלי,

שיעור ה- y של הנקודה A הוא $\frac{1}{2k}$.

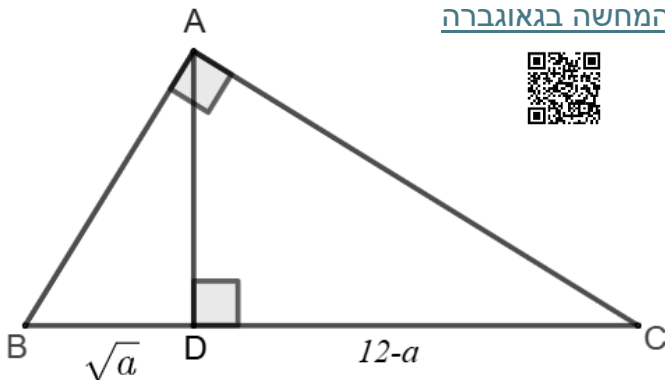
ה. נתון כי האורך המקסימלי של הקטע AB הוא 19.4, מצאו את k .

- ו. הנקודה O היא ראשית הצירים, עבור ערך k שמצאתם, חשבו את שטח המשולש ABO כאשר AB מקסימלי.



תשובה

המחשה בגאוגברה



3. המשולש ABC ישר זווית, $\angle BAC = 90^\circ$.

הקטע AD הוא הגובה ליתר BC .

נתון כי: $BD = \sqrt{x}$ ו- $DC = 12 - x$.

- מצאו את תחום הערכים האפשרי עבור x .
- הוכיחו כי $\triangle ABD \sim \triangle CAD$.
- הביעו את AD^2 באמצעות x .
- מצאו את ערך x עבורו AD^2 מקסימלי, חשבו את האורך המקסימלי של AD^2 .
- עבור ערך x שמצאתם בסעיף ד' מצאו את שטח המשולש ABC .

ו. האם קיים x שעבורו שטח המשולש ABC גדול יותר מהתוצאה שקיבלתם בסעיף קודם?



תשובה

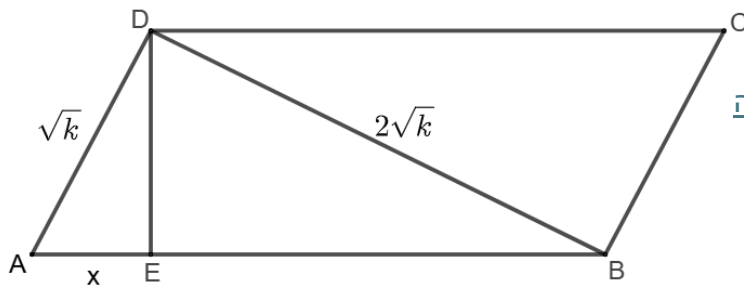
4. נתונה המקבילית $ABCD$, מהקודקוד D מורידים גובה DE לצלע AB .

נתון כי: $AD = \sqrt{k}$ ו- $DB = 2\sqrt{k}$,

כאשר k פרמטר חיובי.

נסמן: $AE = x$

המחשה בגאוגברה



א. הביעו בעזרת x, k את:

- אורך הגובה DE .
- אורך הקטע EB .
- אורך הקטע AB .

ב. הביעו באמצעות k את הפונקציה $S(x)$ המתארת את שטח המקבילית $ABCD$.

ג. הביעו באמצעות k את ערך x עבורו שטח המקבילית מקסימלי.

ד. נתון כי השטח המקסימלי האפשרי של המקבילית הוא 40, מצאו את ערך k .

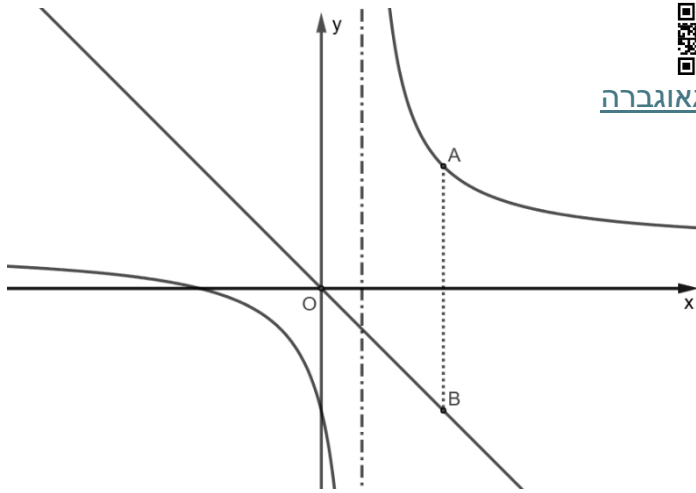
ה. נתבונן במשולש ABD האם ערך x עבורו שטח המקבילית מקסימלי, מביא גם את

שטח המשולש לערכו המקסימלי?



תשובה

פונקציה רציונלית



המחשה בגאוגברה

1. בשרטוט שלפניכם מתוארות הפונקציות:

$$f(x) = \frac{4}{x-1} + 1, g(x) = -x$$

א. מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. הראו כי לגרפים אין נקודות משותפות.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, ממנה מורידים אנך לציר ה- x החותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B .

ג. נסמן את שיעור x של הנקודה A ב- t .

(1) הביעו באמצעות t את אורך הקטע AB .

(2) מצאו את ערך t עבורו אורך הקטע AB הוא מינימלי, וחשבו אורך זה.

ד. הנקודה O היא ראשית הצירים, יוצרים את המשולש ABO , חשבו את שטח המשולש ABO , כאשר AB מינימלי.



תשובה



המחשה בגאוגברה

2. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x+2}{x-2}$, בתחום $x \neq 2$.

א. חקרו את הפונקציה הנתונה על פי הסעיפים הבאים:

(1) מצאו את האסימפטוטות המקבילות לצירים.

(2) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה (אם יש כאלה).

(4) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון, מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה A , המשיק חותך את האסימפטוטה האנכית בנקודה B , ואת האסימפטוטה האופקית בנקודה C .

ב. נסמן את שיעור x של הנקודה A ב- t , ואת נקודת המפגש של האסימפטוטות ב- M .

(1) הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B, C .

(2) מצאו את שטח המשולש MBC . (ערך מספרי)

ג. מצאו את ערך t עבורו BC^2 הוא מינימלי.

ד. עבור t שמצאתם בסעיף ג' מצאו את:

(1) אורך הקטע BC .

(2) אורך הגובה ל- BC במשולש MBC .

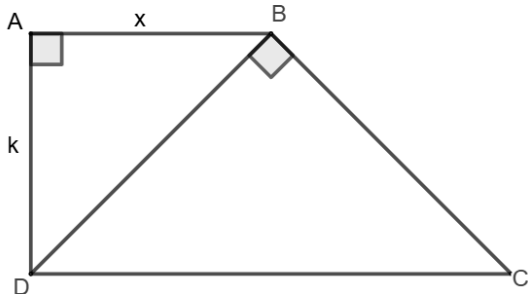


תשובה



[המחשה בגאוגברה](#)

3. נתון טרפז ישר זווית $ABCD$ ($\angle D = \angle A = 90^\circ$).
נתון כי: $BD \perp BC$.



א. הוכיחו כי $\triangle ABD \sim \triangle BDC$.

ב. $AD = k$, כאשר k פרמטר חיובי.

ג. $AB = x$ נסמן.

(1) הביעו באמצעות k ו- x את אורך האלכסון BD .

(2) הביעו באמצעות k ו- x את אורך הבסיס CD .

ד. ענו על הסעיפים הבאים התחום $\frac{k}{2} \leq x \leq 2k$.

(1) מצאו את x עבורו אורך הקטע CD מינימלי.

(2) מצאו את ערכי x עבורם אורך הקטע CD מקסימלי.

ה. הנקודה E נמצאת על הקטע CD , כך ש- $AE \perp BD$.

(1) הוכיחו כי המרובע $ABCE$ הוא מקבילית.

(2) מצאו את היחס בין שטח המקבילית $ABCE$

לבין שטח הטרפז $ABCD$, כאשר CD מינימלי.



[תשובה](#)

4. נתון משולש AFE .

הנקודות B, C, D נמצאות על

הצלעות AE, EF, AF ו- AF , בהתאמה.

נתון כי $AB = k$ ו- $AD = 4k$,

כאשר k פרמטר חיובי.

המרובע $ABCD$ הוא מקבילית.

א. נסמן: $BE = x$.

(1) הביעו את DF באמצעות k ו- x .

(2) הראו כי $BE \cdot DF = AB \cdot AD$.

ב. הביעו באמצעות k את x עבורו הסכום $AE + AF$ מינימלי.

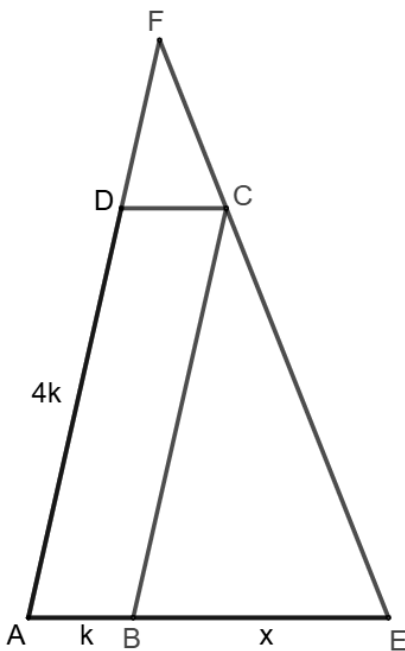
ג. הוכיחו כי כאשר הסכום $AE + AF$ מינימלי $BE = DF$.

ד. נתון כי ערך הסכום $AE + AF$ המינימלי הוא 54.

(1) חשבו את k ,

(2) חשבו את אורכי הצלעות המקבילית.

[המחשה בגאוגברה](#)



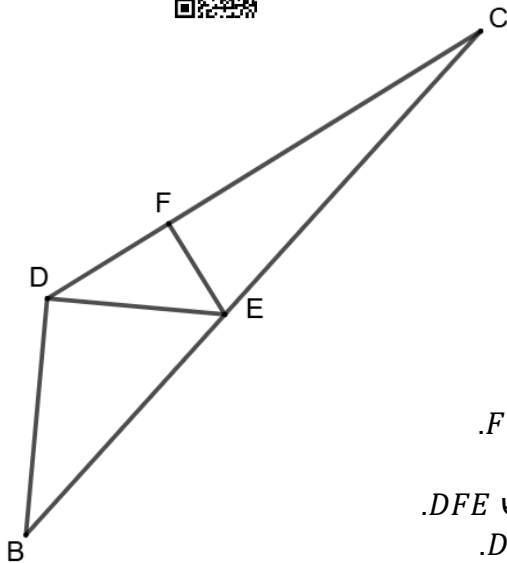
[תשובה](#)

גיאומטריה

שאלות ללא מעגל



המחשבה בגאוגבריה



1. הנקודה E נמצאת על הצלע BC במשולש BCD . נתון כי $\angle DBE = \angle CDE$.

א. הוכיחו כי $\triangle BCD \sim \triangle DCE$.

ב. נתון כי $\frac{BE}{CE} = \frac{7}{9}$.

(1) מצאו את היחס $\frac{CD}{CE}$.

(2) מצאו את היחס $\frac{BD}{DE}$.

נתון כי $\angle BDE = 90^\circ$.

ג. מצאו את היחס בין $\frac{BD}{BE}$.

ד. מהנקודה E העבירו אנך ל- DC החותך אותו הנקודה F .

(1) הוכיחו כי $\triangle BDE \sim \triangle DFE$.

(2) מצאו את יחס הדמיון בין המשולש BDE למשולש DFE .

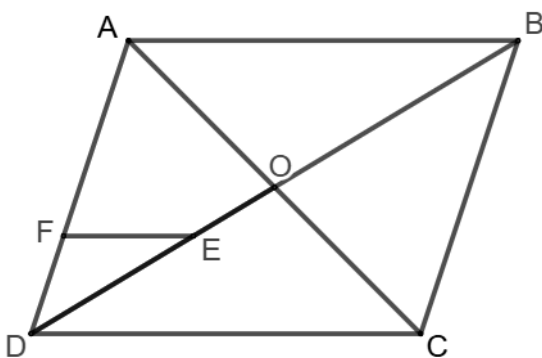
(3) מצאו באיזה יחס הנקודה F מחלקת את הצלע DC .



תשובה



המחשבה בגאוגבריה



2. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית שאלכסוניה נפגשים בנקודה O .

הנקודה E נמצאת על הקטע DO .

נתון כי $DE = 2EO$.

א. מצאו את היחס $\frac{DE}{BE}$.

מהנקודה E העבירו מקביל ל- AB החותך את AD בנקודה F .

ב. מצאו את היחס $\frac{DF}{AD}$.

ג. המשך AE חותך את DC בנקודה G .

(1) מצאו את היחס $\frac{AE}{EG}$.

(2) הוכיחו כי E נקודת מפגש התיכונים במשולש ACD .

ד. נסמן: $S_{\triangle DEF} = S$. הביעו באמצעות S את:

(1) $S_{\triangle ADE}$

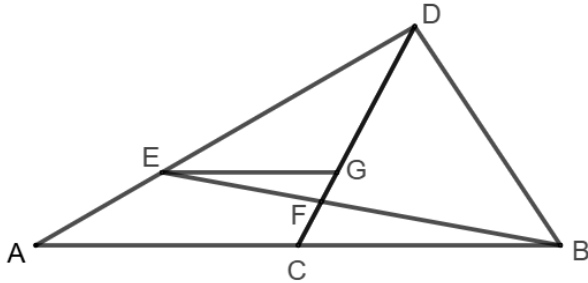
(2) $S_{\triangle ADO}$



תשובה



[המחשה בגאוגברה](#)



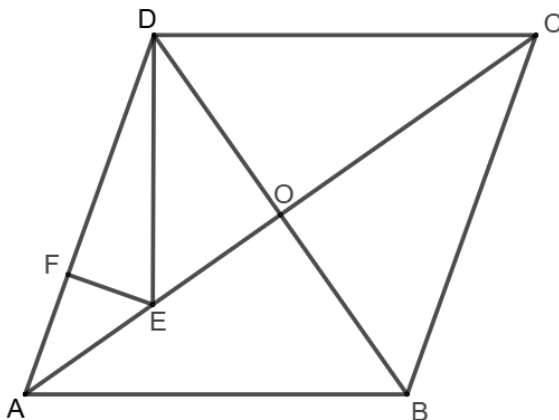
3. הקטע DC הוא תיכון במשולש ABD . הנקודה E נמצאת על הקטע AD . נתון כי $DE = 2AE$. מהנקודה E העבירו מקביל ל- AB החותך את התיכון DC בנקודה G .
- מצאו את היחס $\frac{EG}{AC}$.
 - הנקודה F היא נקודת החיתוך של הקטעים DC ו- BE .
- מצאו את היחס $\frac{GF}{FC}$.
 - מצאו את היחס $\frac{DF}{FC}$.



[תשובה](#)



[המחשה בגאוגברה](#)



4. המרובע $ABCD$ הוא מעוין. נתון כי E אמצע הקטע AO .
- מצאו את היחס $\frac{AE}{EC}$.

- הנקודה F נמצאת על הצלע AD כך ש- $DF = 2AF$.
- הוכיחו כי $\triangle AEF \sim \triangle CED$.
 - הוכיחו כי $\sphericalangle AEF = \sphericalangle CED$.
- ג. EG הוא חוצה זווית במשולש DEF .
- הוכיחו כי $EG \parallel DO$.
 - הוכיחו כי $AD = 6FG$.

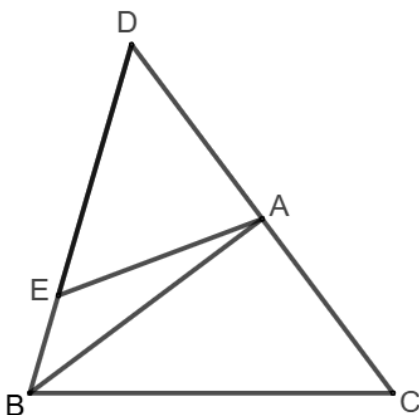
- ד. נסמן: $S_{\triangle EFG} = S$. הביעו באמצעות S את:
- שטח המשולש AEF .
 - שטח המשולש CED .



[תשובה](#)



[המחשה בגאוגברה](#)



5. המשולש BCD שווה שוקיים ($BC = BD$). הנקודות A ו- E נמצאות על הצלעות CD ו- BD בהתאמה. נתון כי $AD = AE$.

- הוכיחו כי $\triangle BCD \sim \triangle ADE$.

- ב. נתון כי A אמצע CD ו- $\frac{BC}{AC} = \frac{5}{3}$.

- מצאו את היחס $\frac{DE}{AC}$.

- מצאו את היחס $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABE}}$.

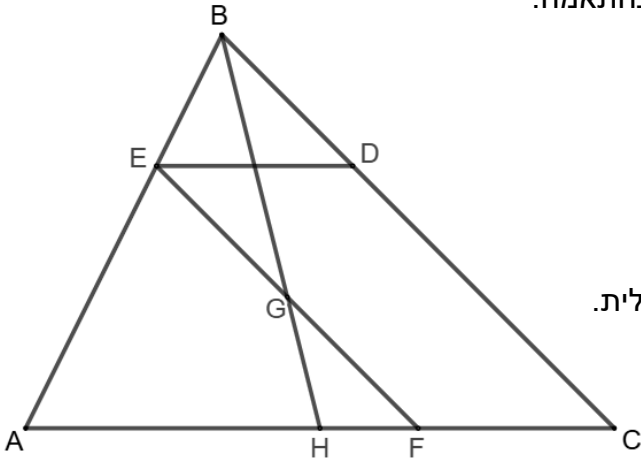
- ג. האנך ל- BC מהנקודה C נפגש עם המשך BA בנקודה F .
- הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle ACF$.
 - מצאו באיזה יחס הנקודה A מחלקת את הקטע BF .



[תשובה](#)



המחשה בגאוגברה



6. נתון משולש ABC . הנקודות E ו- D נמצאות על הצלעות AB ו- BC , בהתאמה.

א. נתון כי $AE = 2BE$ ו- $BC = 3BD$.

(1) הוכיחו כי $ED \parallel AC$.

(2) חשבו את היחס $\frac{ED}{AC}$.

ב. מהנקודה E מעבירים מקביל ל- BC .

החותך את AC בנקודה F .

(1) הוכיחו כי המרובע $EDCF$ הוא מקבילית.

(2) חשבו את היחס $\frac{EF}{BD}$.

ג. הנקודה G היא אמצע הקטע EF ,

המשך BG חותך את AC בנקודה H .

(1) הוכיחו כי המרובע $BEGD$ הוא מקבילית.

(2) הוכיחו כי $\Delta HGF \sim \Delta HBC$.

(3) הוכיחו כי $FC = 2HF$.

ד. נסמן: $S_{\Delta HGF} = S$.

(1) הביעו באמצעות S את שטח המשולש BCH .

(2) הביעו באמצעות S את שטח המשולש ABC .



תשובה

7. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית, נתון כי $\sphericalangle C < 90^\circ$.

הנקודה E נמצאת על הצלע AB ,

והנקודה F נמצאת על המשך הצלע CB .

נתון כי $AE = AD$ ו- $BE = BF$.

א. נסמן: $\sphericalangle ADE = \alpha$.

(1) הביעו באמצעות α זווית $\sphericalangle ABF$.

(2) הוכיחו כי הנקודה E נמצאת על הקטע DF .

הנקודה G נמצאת על המשך CE , כך ש $CE = EG$.

ב. נתון כי $BC = BG$.

(1) הוכיחו כי $\sphericalangle CEB = 90^\circ$.

(2) הביעו באמצעות α את זווית $\sphericalangle BCE$.

נתון כי $DE = 2EF$.

ג. מצאו את α .

נסמן: $S_{\Delta BEF} = S$.

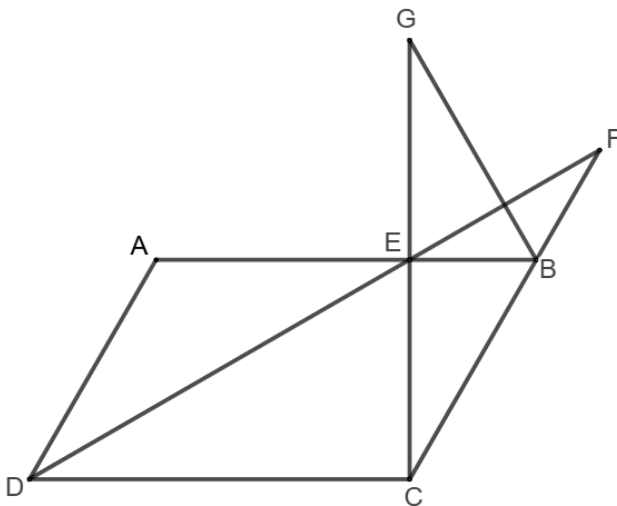
ד. הביעו באמצעות S את שטח המקבילית $ABCD$.



תשובה



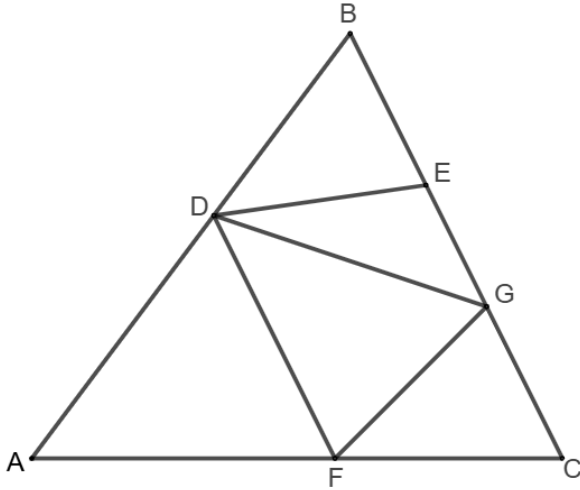
המחשה בגאוגברה





המחשה בגאוגברה

8. במשולש ABC הנקודות E ו- G נמצאות על הצלע BC , והנקודה D נמצאת על הצלע AB (כמתואר באיור).

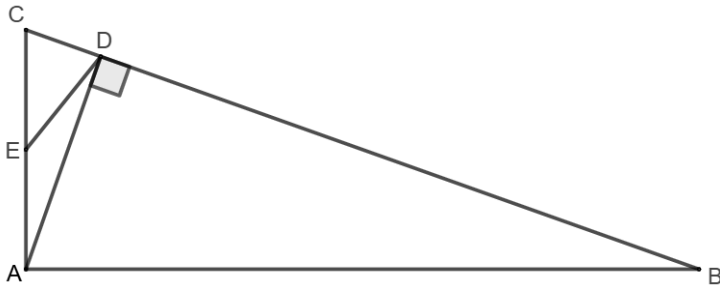


- א. נתון: $\angle DGB = \angle BDE$.
- (1) הוכיחו כי $\triangle BDG \sim \triangle BED$.
- (2) הוכיחו כי $BD^2 = BE \cdot BG$.
- הנקודה F נמצאת על הצלע AC .
- נתון כי $\angle GFC = \angle FEC$.
- ב. הוכיחו כי $FC^2 = GC \cdot CE$.
- נתון כי $GC = BE$.
- ג. הוכיחו כי $BD = FC$.
- נתון כי $AD = AF$.
- ד. הוכיחו כי $DF \parallel BC$.



המחשה בגאוגברה

9. נתון משולש ABC . הנקודות E ו- D נמצאות על הצלעות AC ו- BC בהתאמה.



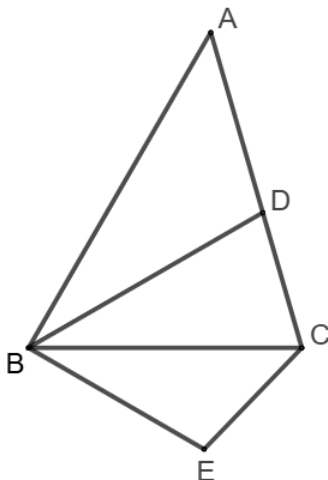
- נתון כי $\angle ADB = 90^\circ$ ו- $AE = DE$.
- א. הוכיחו כי $AE = EC$.
- ב. נתון כי $\angle A = 90^\circ$.
- (1) הוכיחו כי $\triangle ADC \sim \triangle BAC$.
- (2) הוכיחו כי $AC^2 = BC \cdot DC$.
- ג. נתון כי $\frac{CD}{AE} = \frac{2}{3}$.
- (1) מצאו את היחס $\frac{CD}{AC}$.
- (2) מצאו את היחס $\frac{CD}{DB}$.
- ד. נתון כי $S_{\triangle CED} = 4$.
- (1) חשבו את שטח המשולש ACD .
- (2) חשבו את שטח המשולש ABC .



תשובה

10. הקטע BD הוא חוצה זווית במשולש ABC . על הצלע BC בנו משולש BCE (כמתואר באיור).

המחשה בגאוגברה



- נתון כי $DC = CE$.
- א. הוכיחו כי $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{EC}$.
- נתון כי $\angle BAD = \angle BCE$.
- ב. הוכיחו כי $\triangle ABD \sim \triangle CBE$.
- נתון כי $AB \perp BE$.
- ג. מצאו את גודל הזווית $\angle ABD$.

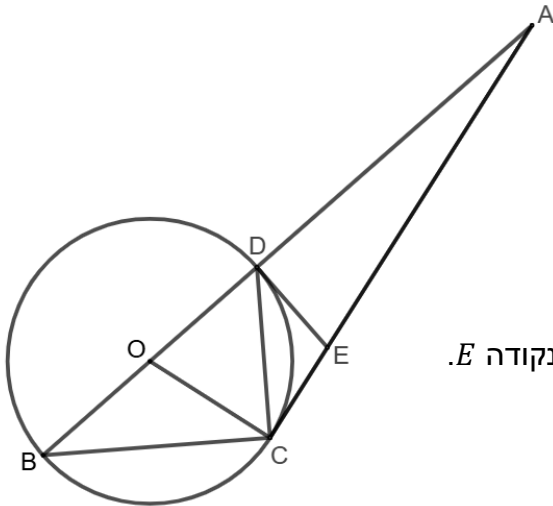


תשובה

שאלות עם מעגל



[המחשה בגאוגברה](#)



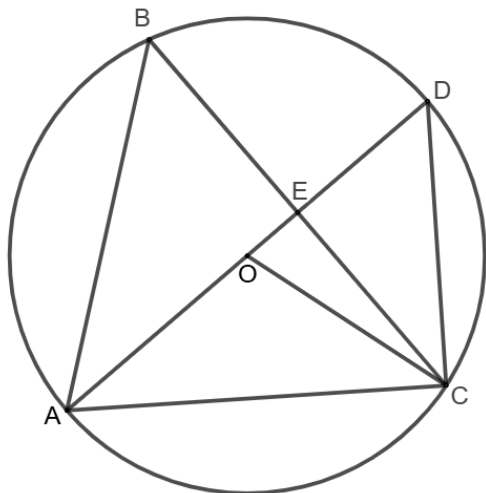
1. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו R . הנקודות B ו- C נמצאות על המעגל. המשיק למעגל בנקודה C והישר BO נפגשים בנקודה A . הנקודה D היא נקודת המפגש של המעגל עם הקטע AO .
 - א. הוכיחו כי $\Delta ACD \sim \Delta ABC$.
 - ב. נתון כי $AD = \frac{18R}{7}$, הביעו באמצעות R את:
 - (1) אורך הקטע AB .
 - (2) אורך הקטע AC .
 - ג. מהנקודה D העבירו משיק למעגל החותך את AC בנקודה E .
 - (1) הוכיחו כי $\Delta ADE \sim \Delta ACO$.
 - (2) הביעו באמצעות R את אורך הקטע CE .
 - ד. נתון כי $S_{\Delta CDE} = \frac{7}{5}$. מצאו את:
 - (1) שטח המשולש ADE .
 - (2) שטח המשולש ABC .



[תשובה](#)



[המחשה בגאוגברה](#)



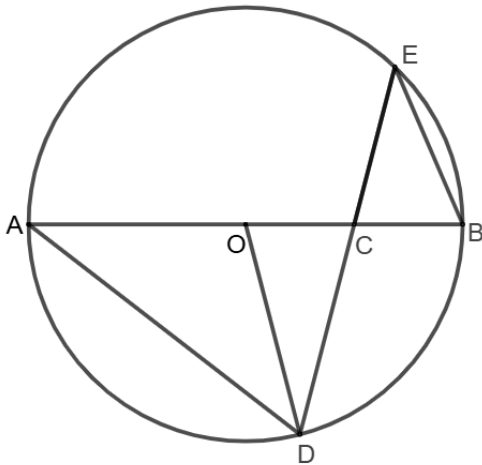
2. המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R . נתון כי D אמצע הקשת \widehat{BC} .
 - א. הוכיחו כי $\angle BAC = \angle DOC$.
 - ב. נתון כי משולש ABC שווה שוקיים ($AB = AC$). הוכיחו כי $\Delta ABC \sim \Delta OCD$.
 - ג. מצאו את היחס $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta OCD}}$.
 - ד. נתון כי $\angle ACD = 90^\circ$.
 - (1) הוכיחו כי הנקודות A, O, D נמצאות על אותו ישר.
 - (2) הביעו באמצעות R את אורך המיתר CD .
 - (3) הביעו באמצעות R את שטח המשולש ACD .
 - ה. נתון כי $S_{\Delta ABC} = 768$.
 - (1) מצאו את שטח המשולש ΔOCD .
 - (2) מצאו את R .



[תשובה](#)



[המחשה בגאוגברה](#)



3. נתון מעגל שמרכזו O ורדיוסו 4.
- הקוטר AB והמיתר DE נפגשים בנקודה C (כמתואר באיור).
- א. הוכיחו כי $\triangle ACD \sim \triangle ECB$.
- נתון כי C אמצע הרדיוס OB ו- $ED = 7$.
- ב. הוכיחו כי משולש OCD הוא משולש שווה שוקיים.
- ג. מנקודה D מורידים אנך ל- AB , החותך אותו בנקודה F . בסעיף זה תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.
- (1) מצאו את אורך האנך DF .
- (2) מצאו את אורך המיתר AD .
- (3) מצאו את אורך המיתר BE .

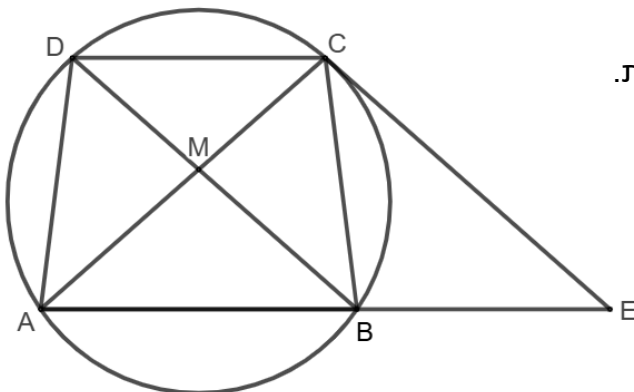


[תשובה](#)

4. הטרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$) חסום במעגל.
- א. הוכיחו כי $AC = BD$.



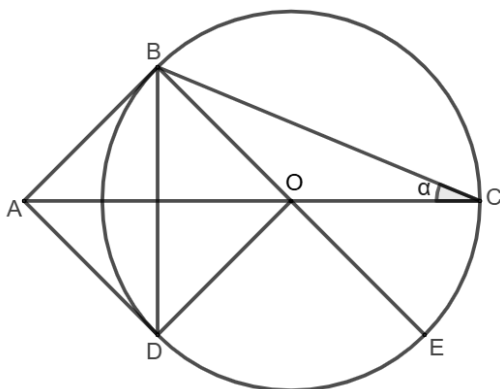
[המחשה בגאוגברה](#)



- המשיק למעגל בנקודה C והמשך AB נפגשים בנקודה E .
- ב. נתון כי $BE = BC$.
- (1) הוכיחו כי $AC = CE$.
- (2) הוכיחו כי המרובע $BECD$ הוא מקבילית.
- אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה M .
- ג. הוכיחו כי $\triangle CDM \sim \triangle ECB$.
- ד. נתון כי $\frac{CE}{BE} = \frac{3}{2}$.
- (1) מצאו את היחס $\frac{CM}{CD}$.
- (2) מצאו את היחס $\frac{AB}{CD}$.
- ה. נסמן $S_{\triangle CDM} = S$.
- (1) הביעו באמצעות S את שטח המשולש BCE .
- (2) הביעו באמצעות S את שטח המשולש ACE .



[תשובה](#)



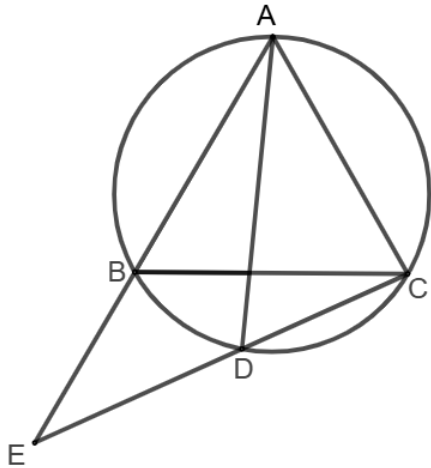
[המחשה בגאוגברה](#)



5. המרובע $ABCD$ הוא דלתון.
- הנקודות B, C ו- D נמצאות על מעגל שמרכזו בנקודה O .
- AB ו- AD משיקים למעגל (כמתואר באיור).
- א. הוכיחו כי הנקודה O נמצאת על הקטע AC .
- נסמן: $\angle BCO = \alpha$.
- ב. הביעו באמצעות α את $\angle DBO$.
- ג. נתון כי $\widehat{DE} = 2\widehat{CE}$.
- (1) הוכיחו כי המרובע $ABOD$ הוא ריבוע.
- (2) הראו כי היחס בין שטח הריבוע $ABOD$ לשטח המשולש BCO הוא $2\sqrt{2}$.



[המחשה בגאוגברה](#)



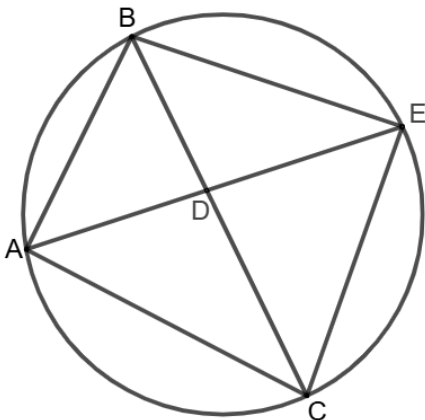
6. המשולש ABC הוא משולש שווה צלעות החסום במעגל.
 הנקודה D נמצאת על הקשת \widehat{BC} .
 המשכי הקטעים AB ו- CD נפגשים בנקודה E (כמתואר באיור).
 א. הוכיחו כי $\Delta ACD \sim \Delta ECA$.
 ב. נתון כי $AC = 3$ ו- $ED = 2.5$.
 (1) מצאו את אורך הקטע CD .
 (2) מצאו את היחס $\frac{AD}{AE}$.
 ג. נסמן: $S_{\Delta ACD} = S$.
 (1) הביעו באמצעות S את שטח המשולש ACE .
 (2) הביעו באמצעות S את שטח המשולש ADE .



[תשובה](#)

7. הקטע AD הוא חוצה זווית במשולש ABC החסום במעגל.
 המשך AD חותך את המעגל בנקודה E .
 א. הוכיחו כי $\Delta ABD \sim \Delta AEC$.

[המחשה בגאוגברה](#)



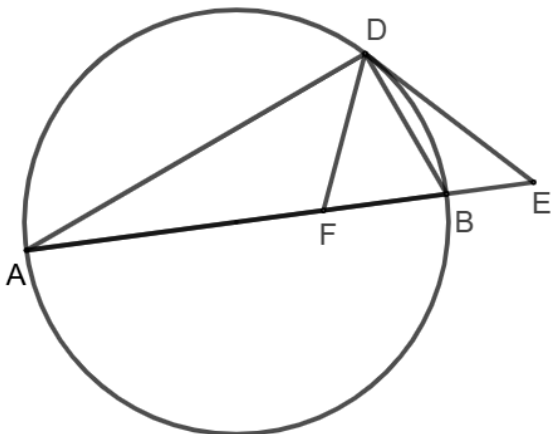
- ב. נתון כי $\frac{BE}{BC} = \frac{5}{7}$ ו- $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$.
 (1) מצאו את היחס $\frac{BD}{EC}$.
 (2) חשבו את היחס $\frac{AD}{DE}$.
 ג. נתון $S_{\Delta BDE} = 13$.
 (1) חשבו את שטח המשולש ADB .
 (2) חשבו את שטח המשולש ACD .
 (3) חשבו את היחס $\frac{BE}{AC}$. תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.



[תשובה](#)

8. המשולש ABD חסום במעגל שמרכזו O .
 המשיק למעגל בנקודה D והמשך AB נפגשים בנקודה E .
 הנקודה F נמצאת על AB . נתון כי $DE = FE$.
 א. הוכיחו כי DF חוצה זווית $\sphericalangle ADB$.

[המחשה בגאוגברה](#)



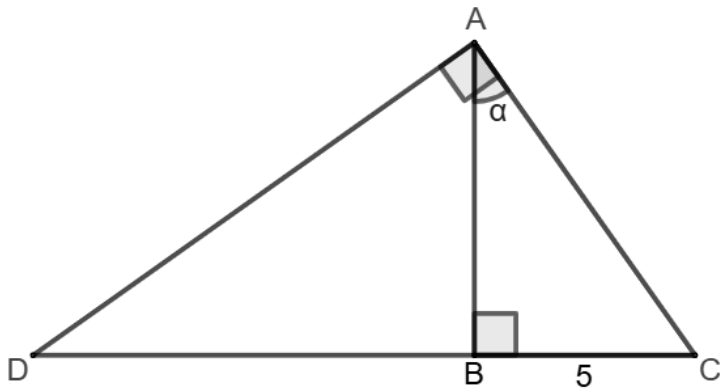
- נתון כי AB קוטר.
 ב. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle FDB$.
 ג. נתון כי $DF = DB$.
 (1) מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle DAE$.
 (2) הוכיחו כי DO חוצה זווית $\sphericalangle ADF$.
 (3) הוכיחו כי $\frac{AO}{OF} = \frac{AF}{FB}$.
 נתון כי רדיוס המעגל שווה ל-5.
 ד. מצאו את אורך הקטע OF . תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם.



[תשובה](#)

טריגונומטריה

הגדרת הפונקציות הטריגונומטריות במשולש ישר זווית



1. המשולש ABC הוא ישר זווית $\angle B = 90^\circ$.
נתון כי $BC = 5$. נסמן: $\angle BAC = \alpha$.
א. הביעו את AB באמצעות α .
הנקודה D נמצאת על המשך CB .
ב. נתון כי $DA \perp AC$.
(1) הביעו את $\angle ADB$ באמצעות α .
(2) הביעו את DB באמצעות α .
נתון כי $DB = 10$.
ג. מצאו את α .



[תשובה](#)

2. המרובע $ABCD$ הוא מלבן.

אלכסוני המלבן נפגשים בנקודה O .

נתון כי $\angle DOC = 2\alpha$.

א. הביעו באמצעות α את $\angle DBC$.

ב. נתון כי $DC = k$.

(1) הביעו באמצעות k ו- α את אורך האלכסון BD .

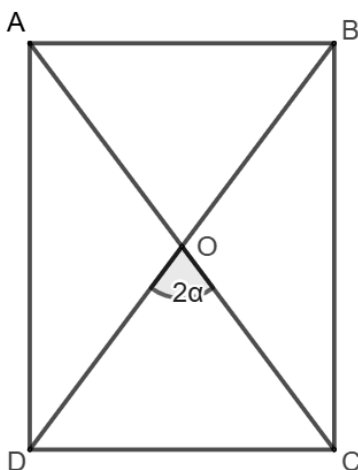
(2) הביעו באמצעות k ו- α את שטח המלבן $ABCD$.

ג. נתון כי $BD = \frac{5k}{3}$.

(1) מצאו את α .

(2) הביעו באמצעות k את שטח המלבן.

המחשה בגאוגברה



[תשובה](#)

3. המרובע $ABCD$ הוא מעוין. אורך צלע המעוין הוא 4.

נתון כי $\angle DAC = \alpha$.

א. הביעו באמצעות α את אורך אלכסון המעוין AC .

אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M .

מהנקודה M הורידו אנך ל- AB החותך אותו בנקודה E .

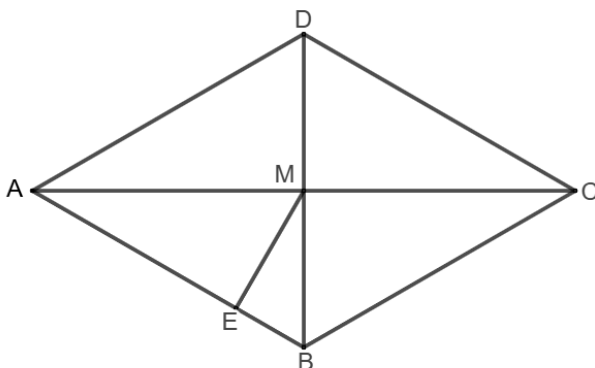
ב. הביעו באמצעות α את אורך האנך ME .

ג. נתון כי $DM + AE = 5$.

(1) מצאו את α .

(2) מצאו את שטח המעוין.

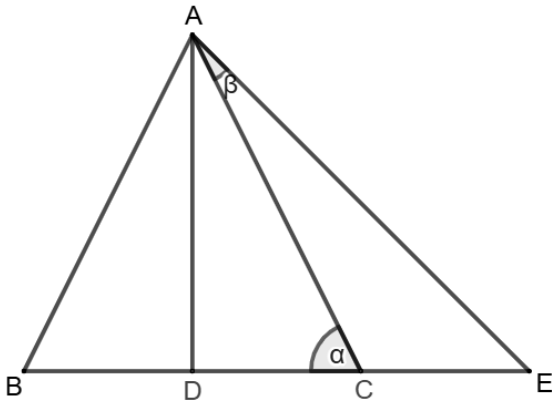
המחשה בגאוגברה



[תשובה](#)



[המחשה בגאוגבריה](#)



4. המשולש ABC שווה שוקיים. אורך הבסיס BC הוא 4. הקטע AD הוא הגובה לבסיס במשולש ABC .

א. נתון: $\angle ACB = \alpha$.

(1) הביעו באמצעות α את אורך הגובה AD .

(2) הביעו באמצעות α את אורך השוק AC .

הנקודה E נמצאת על המשך BC .

ב. נתון כי $\angle CAE = \beta$.

(1) הביעו באמצעות α ו- β את זווית $\angle DAE$.

(2) הביעו באמצעות α ו- β את אורך הקטע CE .

ג. הביעו באמצעות α ו- β את היחס $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ACE}}$.



[תשובה](#)

5. הקטע AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O ורדיוסו R .

הנקודה D היא אמצע הרדיוס OB .

א. הביעו באמצעות R את אורך הקטע AD .

הנקודה E נמצאת על המיתר AC . נתון כי $DE \parallel BC$.

ב. נסמן: $\angle ADE = \alpha$.

(1) הביעו באמצעות α ו- R את אורך הקטע AE .

(2) הביעו באמצעות α ו- R את אורך הקטע EC .

נתון כי $DE = EC$.

ג. מצאו את $\tan \alpha$.

הנקודה E העבירו אנך ל- AB החותך אותו בנקודה F .

ד. מצאו את היחס $\frac{EF}{FD}$.



[תשובה](#)

6. הנקודה B נמצאת על מעגל שמרכזו O ורדיוסו R .

הנקודה B העבירו משיק למעגל החותך את המשך המיתר GF בנקודה A .

הנקודה D היא אמצע המיתר GF .

א. הוכיחו כי $\angle ADO = \angle ABO = 90^\circ$.

נתון כי $\angle BAO = \alpha$.

ב. הביעו באמצעות R ו- α את אורך הקטע AO .

נתון כי $\angle DAO = \beta$.

ג. הביעו באמצעות R ו- α את אורך הקטע DO .

נתון כי $GF = \sqrt{2}R$.

ד. מצאו את היחס $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$.

נתון כי $\alpha = 30^\circ$.

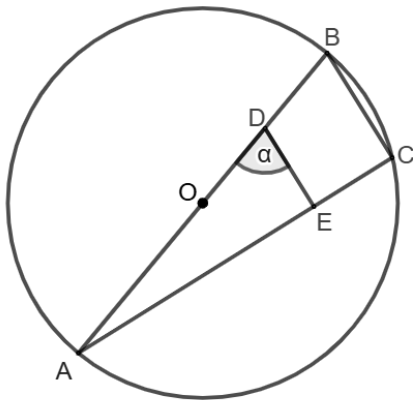
ה. מצאו את β .



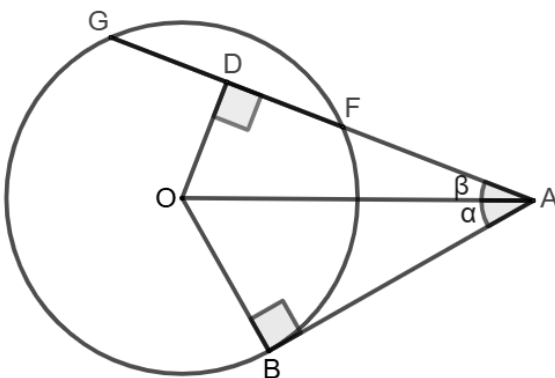
[תשובה](#)



[המחשה בגאוגבריה](#)



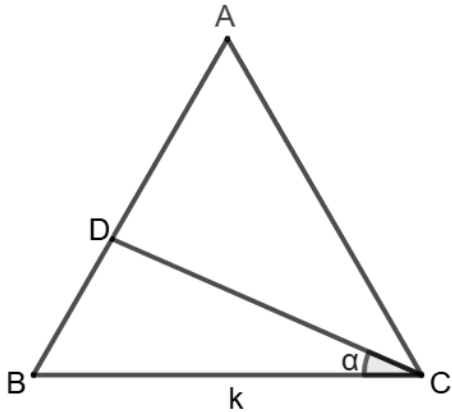
[המחשה בגאוגבריה](#)



משפט הסינוסים



המחשה בגאוגברה



1. המשולש ABC הוא משולש שווה צלעות.

נקודה D נמצאת על הצלע AB.

א. נתון כי $\angle BCD = \alpha$.

(1) הביעו באמצעות α את זווית $\angle ACD$.

(2) הביעו באמצעות α את זווית $\angle BDC$.

ב. נסמן את צלע המשולש ב- k .

(1) הביעו באמצעות k ו- α את אורך הקטע BD.

(2) הביעו באמצעות k ו- α את אורך הקטע AD.

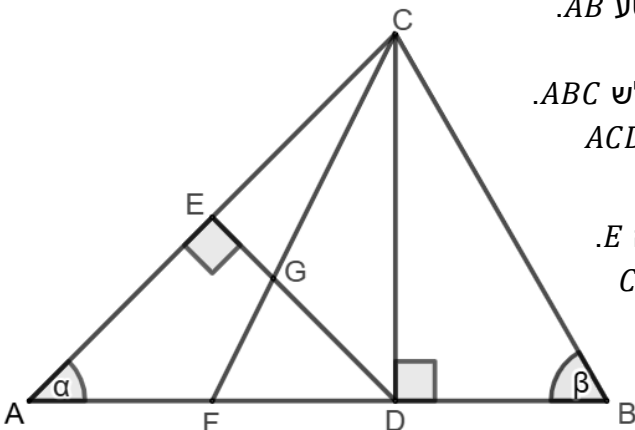
ג. הראו כי $\frac{AD}{BD} = \frac{\sin(60^\circ - \alpha)}{\sin \alpha}$.



תשובה



המחשה בגאוגברה



2. CD הוא גובה במשולש ABC.

נתון כי $CD = k$, $\angle BAC = \alpha$ ו- $\angle ABC = \beta$.

א. הביעו באמצעות α ו- k את אורך הקטע AB.

ב. נתון כי $\alpha = 45^\circ$ ו- $\beta = 60^\circ$.

(1) הביעו באמצעות k את שטח המשולש ABC.

(2) מצאו את היחס בין שטח המשולש ACD

לשטח המשולש BCD.

מהנקודה D הורידו אנך ל- AC החותך אותו בנקודה E.

הנקודה F היא אמצע הקטע AD. הקטעים DE ו- CF

נפגשים בנקודה G.

ג. נתון כי $EG = \sqrt{2}$.

(1) מצאו את אורך הקטע DE.

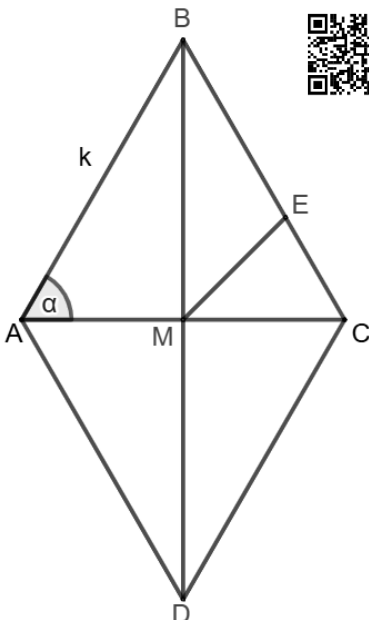
(2) מצאו את k .



תשובה



המחשה בגאוגברה



3. המרובע ABCD הוא מעוין שאורך צלעו k .

א. נסמן: $\angle BAC = \alpha$.

(1) הביעו באמצעות k ו- α את אורך האלכסון BD.

(2) הביעו באמצעות k ו- α את אורך האלכסון AC.

ב. הקטע ME הוא חוצה זווית במשולש BMC.

(1) הביעו באמצעות k ו- α את אורך הקטע EC.

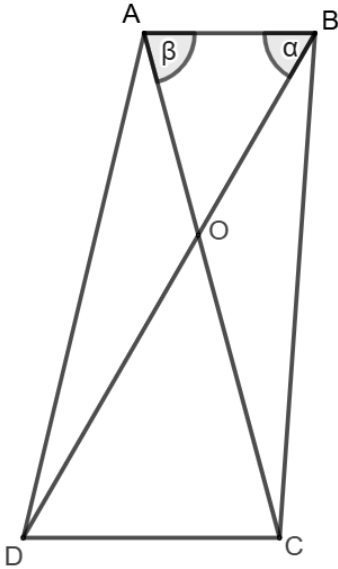
(2) הביעו באמצעות k ו- α את שטח המשולש CEM.

נתון כי שטח המשולש שווה ל- $\frac{\sqrt{2} \cdot k^2 \cdot \sin \alpha}{16 \cdot \sin(45^\circ + \alpha)}$.

ג. מצאו את α .



תשובה



המחשה בגאוגבריה



4. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$).

אלכסונו הטרפז נפגשים בנקודה O.

נתון כי $\angle OAB = \alpha$, $\angle OBA = \beta$ ו- $DC = 3$.

א. הביעו את אורך הקטע OC באמצעות α ו- β .

ב. נתון כי $AB = 2$.

(1) הביעו את אורך הקטע OB באמצעות α ו- β .

(2) הביעו באמצעות α ו- β את היחס $\frac{OC}{OB}$.

ג. נתון כי $\alpha + \beta = 135^\circ$ ו- $OC = \frac{3\sqrt{6}}{2}$.

(1) מצאו את α .

(2) מצאו את β .

(3) מצאו את אורך הקטע OB.



תשובה

5. המשולש ABC שווה שוקיים ($AB = AC$).

שטח במשולש ABC הוא $\frac{25}{2}$ ו- $\angle BAC = 2\alpha$.

א. הביעו באמצעות α את אורך השוק AB.

המשולש ABC חסום במעגל שרדיוסו R.

ב. הביעו באמצעות α את הרדיוס R.

הקטע AD הוא גובה לבסיס במשולש ABC.

ג. המשולש ADC חסום במעגל שרדיוסו r.

(1) הביעו באמצעות α את הרדיוס r.

(2) הביעו באמצעות α את היחס $\frac{r}{R}$.

נתון כי $R = 2r$.

ד. מצאו את α .



תשובה

6. המשולש ABC חסום במעגל שרדיוסו R.

נסמן: $\angle ABC = \alpha$.

א. הביעו באמצעות α ו- R את אורך המיתר AC.

מהנקודה C מעבירים משיק למעגל.

בנקודה D נמצאת על המשיק. נתון כי $AD \perp DC$.

ב. הביעו באמצעות α ו- R את:

(1) אורך הקטע CD.

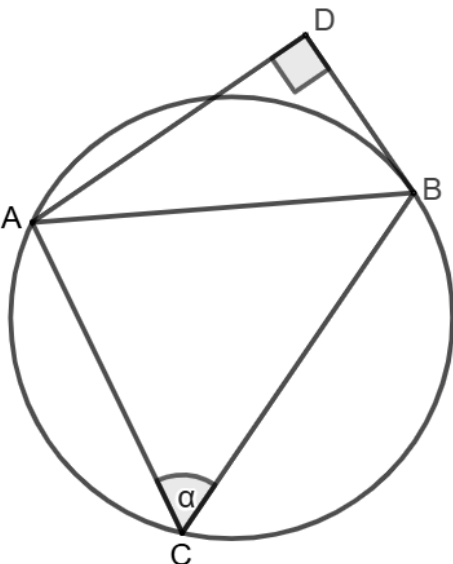
(2) אורך הקטע AD.

נתון כי $AD + R \cdot \cos \alpha = 2R$.

ג. מצאו את α .



תשובה



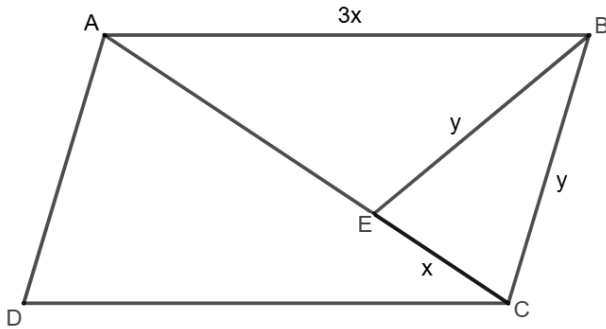
המחשה בגאוגבריה



משפט הקוסינוסים



המחשה בגאוגברה



1. המרובע ABCD הוא מקבילית.

נתון כי $AB = AC = 3x$ ו- $\angle BAC = \alpha$.

א. הראו כי $y = 3x \cdot \sqrt{2 - 2\cos\alpha}$.

הנקודה E נמצאת על האלכסון AC.

ב. נתון כי $CE = x$ ו- $BE = y$.

(1) הראו כי $\frac{y}{x} = \sqrt{3}$.

(2) הראו כי $\cos\alpha = \frac{5}{6}$.

ג. מצאו את זוויות המקבילית.

ד. הביעו באמצעות x את אורך אלכסון המקבילית BD.



תשובה

2. המרובע ABCD הוא מקבילית.

AE חוצה זווית BAC ו- CE חוצה זווית BCA.

נתון כי $\angle BAD = 120^\circ$.

א. מצאו את גודל הזווית AEC.

ב. נתון כי $AE = 3$ ו- $EC = 5$.

(1) מצאו את אורך האלכסון AC.

(2) מצאו את גודל הזווית ACB.

הצלע BC והמשך AE נפגשים בנקודה F.

ג. מצאו את אורך הקטע AF.



תשובה

3. המרובע ABCD הוא מעוין שאורך צלעו k.

הנקודה E נמצאת על הצלע AD, כך ש- $\frac{AE}{ED} = \frac{2}{5}$.

א. הביעו באמצעות k את אורך הקטע ED.

נתון כי $\angle ADC = \alpha$ ו- $CE = k + 2$.

ב. הביעו באמצעות k את $\cos\alpha$.

הנקודה F נמצאת על המשך AD.

ג. נתון כי $DF = k - \frac{5}{2}$ ו- $CF \perp DF$.

(1) מצאו את k.

(2) מצאו את α .

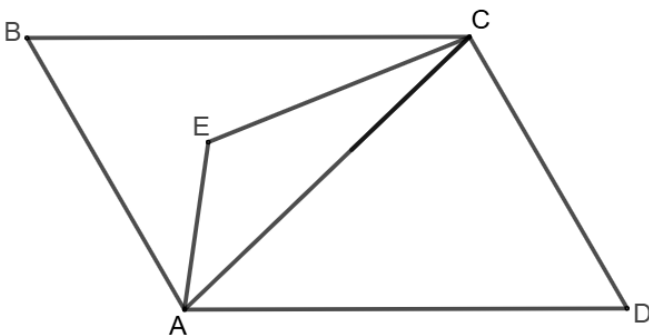
ד. מצאו את שטח המרובע ABCF.



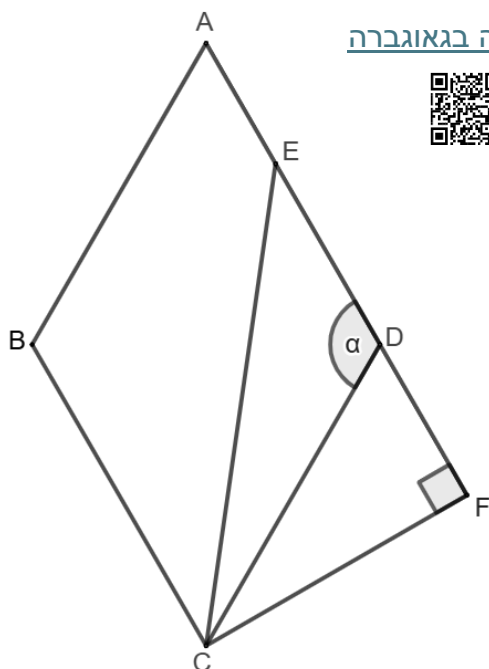
תשובה



המחשה בגאוגברה

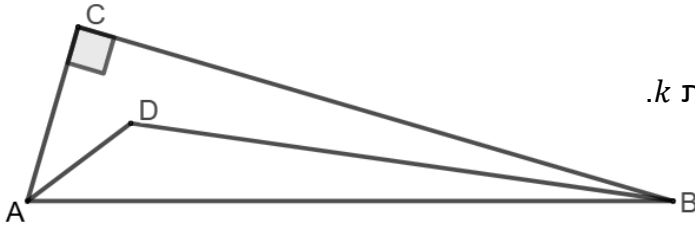


המחשה בגאוגברה





[המחשה בגאוגברה](#)



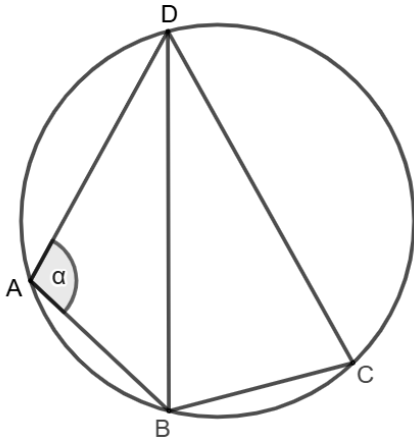
4. המשולש ABC ישר זווית $\angle C = 90^\circ$.
 הקטע AD חוצה זווית $\angle BAC$ והקטע BD חוצה זווית $\angle ABC$.
 א. מצאו את גודל הזווית $\angle ADB$.
 נתון כי $AD = k$ ו- $BD = 12 \cdot \sqrt{2}$.
 ב. הביעו את אורך הצלע AB באמצעות k .
 ג. נתון כי $AC = \frac{7k}{5}$ ו- $BC = \frac{24k}{5}$.
 (1) מצאו את k .
 (2) מצאו את אורך הצלע AB .
 ד. מצאו את שטח המשולש ABD .
 ה. מצאו את המרחק של הנקודה D מהצלע AB .



[תשובה](#)

5. המרובע $ABCD$ חסום במעגל.
 נתון: $\angle BAD = \alpha$, $AB = k$, $AD = m$ ו- $BD = 2k$.
 א. הביעו את $\cos \alpha$ באמצעות k ו- m .

[המחשה בגאוגברה](#)



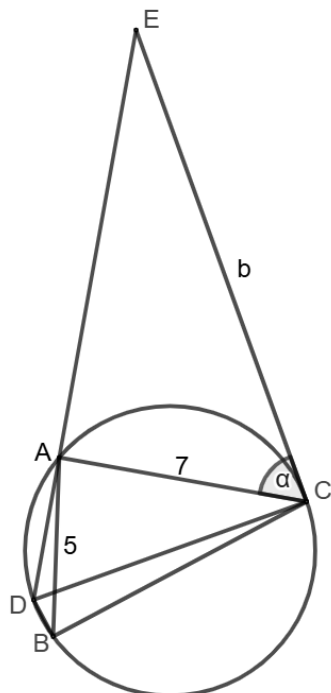
- נתון כי $CD = 2k$.
 ב. הביעו את BC באמצעות k ו- m .
 ג. נתון כי $BC = \frac{2}{3}m$.
 (1) מצאו את היחס $\frac{m}{k}$.
 (2) מצאו את α .



[תשובה](#)



[המחשה בגאוגברה](#)



6. הישר EC משיק למעגל בנקודה C .
 הקטע AC מיתר במעגל.
 נתון: $\angle ACE = \alpha$, $EC = b$, $AC = 7$ ו- $\angle CAE = 90^\circ$.
 א. הביעו את $\cos \alpha$ באמצעות b .
 הנקודה B נמצאת על המעגל.
 ב. נתון כי $AB = 5$ ו- $BC = \frac{4b}{7}$.
 (1) מצאו את b .
 (2) מצאו את α .
 ג. המשך הקטע EA חותך את המעגל בנקודה D .
 (1) מצאו את אורך הקטע CD .
 (2) מצאו את שטח המרובע $ACBD$.
 (3) מצאו את הזווית החדה שבין המיתרים AB ו- CD .



[תשובה](#)