

עבודת תרגול לחופשת הפסח

בתקופה זו, ומתוך הבנה של המצב, העבודה שלפניכם מצומצמת ונועדה לשמר את הידע שנלמד עד כה. למעוניינים בתרגול נוסף, העמודים המתאימים מצוינים בסוף כל נושא.

הגישה לספר פתוחה השנה לאחר הרשמה קצרה.

	תוכן עניינים
2.....	חשבון דיפרנציאלי
2.....	פולינום
3.....	פונקציית שורש
4.....	פונקציה רציונלית
5.....	בעיות קיצון
6.....	גיאומטריה
6.....	שאלות ללא מעגל
7.....	שאלות עם מעגל
8.....	טריגונומטריה
9.....	תשובות

חשבון דיפרנציאלי

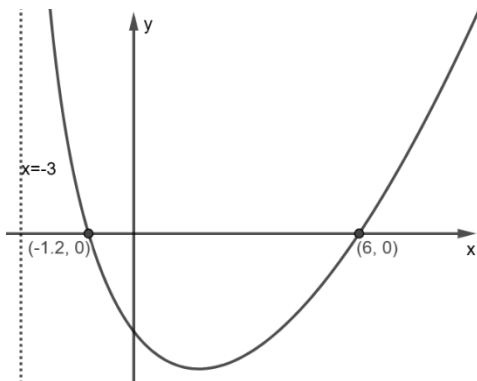
פולינום

1. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 2)(x + a)^2$, כאשר a הוא פרמטר. נתון כי עבור $x = -2$ יש לפונקציה נקודת קיצון.
- א. מצאו את שתי האפשרויות עבור הפרמטר a .
 הציבו $a = 3$ וענו על הסעיפים הבאים בשאלה.
- ב. מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ג. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וסווגו אותן.
- ד. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה פונקציה חדשה $g(x)$, שעבורה $g(x) = b \cdot f\left(\frac{x}{2}\right)$ לכל x ממשי כאשר b הוא פרמטר חיובי.
- (1) מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .
- (2) מצאו את שיעור ה- x של נקודות הקיצון של $g(x)$, וסווגו אותן.
 נתון כי שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקציה $g(x)$ הוא 1.
- ו. מצאו את b .
2. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 2ax^2 + a^2x$, כאשר a הוא פרמטר חיובי.
- א. ענו על הסעיפים הבאים עבור הפונקציה $f(x)$, במידת הצורך, הביעו את תשובותיכם באמצעות a .
- (1) מצאו את תחום ההגדרה.
- (2) מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- (3) מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה, וסווגו אותן.
- (4) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. נתון כי שיעור ה- y של נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ הוא 4.
- (1) מצאו את הפרמטר a .
- (2) מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וסווגו אותן.
- ג. נתונה פונקציה חדשה $g(x) = -f(x) + 2$.
- (1) מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וסווגו אותן.
- (2) כמה נקודות חיתוך יש לפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמקו!

פונקציית שורש

1. נתונה הפונקציה $f(x) = -2ax^2\sqrt{2x+20}$ ($a > 0$).

- א. ענו על הסעיפים הבאים, הביעו את תשובתכם באמצעות a במידת הצורך.
- (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - (3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - (4) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 - (5) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$.
- (1) שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 - (2) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
- ג. נתון שהמרחק בין נקודת המינימום הפנימית של הפונקציה $f(x)$, ובין נקודת המקסימום הפנימית של הפונקציה $g(x)$ הוא 1024. מצאו את a .
- ד. ראשית הצירים, ונקודות הקיצון הפנימיות של הגרפים $f(x)$, $g(x)$ הם קודקודים במשולש, חשבו את שטח המשולש.



2. בשרטוט שלפניכם מופיע גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

- החותך את ציר ה- x בנקודות $(-1.2, 0)$, $(6, 0)$. בנוסף ידוע שלגרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ יש אסימפטוטה אנכית ב- $x = -3$. היעזרו בגרף על מנת לענות על הסעיפים הבאים:
- א. מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 - ג. איזה ערך גדול יותר? $f(6)$ או $f(0)$?
 - ד. נתון כי $f(x) = (x - k)^2\sqrt{x + m}$, כאשר k, m הם פרמטרים חיוביים.
 - (1) מצאו את m, k (היעזרו בסעיף א').
 - (2) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 - (4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן. עגלו את תשובתכם ל-2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x + c)$, כאשר c הוא פרמטר חיובי. ידוע כי נקודת המינימום המקומית של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על ציר ה- y .
 - (1) מצאו את ערך הפרמטר c .
 - (2) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
 - (3) מצאו את שיעור ה- x של נקודת המקסימום של $g(x)$ עגלו את תשובתכם ל-2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

לתרגול נוסף – חלק ב' עמוד 70

פונקציה רציונלית

1. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{24}{2x^2-8} + 4$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצאו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה, המאונכות לצירים.
 - מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- נתונה הפונקציה $h(x) = f(x) + \frac{3}{4}$.
- ללא חישוב, מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$.
 - ללא חישוב מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה $h(x)$ המאונכות לצירים.

2. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(x-6)^2}{x(x-a)}$, $a > 12$ (הוא פרמטר).

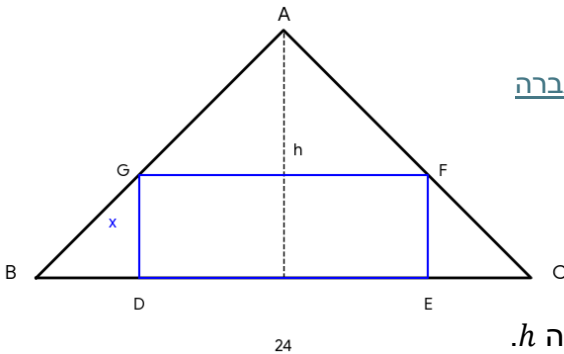
- ענו על הסעיפים הבאים. הביעו את תשובותיכם בעזרת a במידת הצורך.
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- נתונה הפונקציה $g(x) = -3f(x) + 10$.
- ידוע כי ערך ה- y בנקודת הקיצון המקסימלית של $g(x)$ הוא 7.75.
- מצאו את ערך הפרמטר a .

3. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(x^2-1)(x+2)}{x(x^2-4)}$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - הראו כי לפונקציה יש נקודת אי-רציפות, מצאו את שיעוריה.
 - מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 - מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך עם הצירים של הפונקציה.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- ענו על הסעיפים הבאים ללא חישוב:
- נתון הישר $y = k$ מצאו את ערכי k בהם הישר חותך את הפונקציה $f(x)$ פעם אחת בלבד.

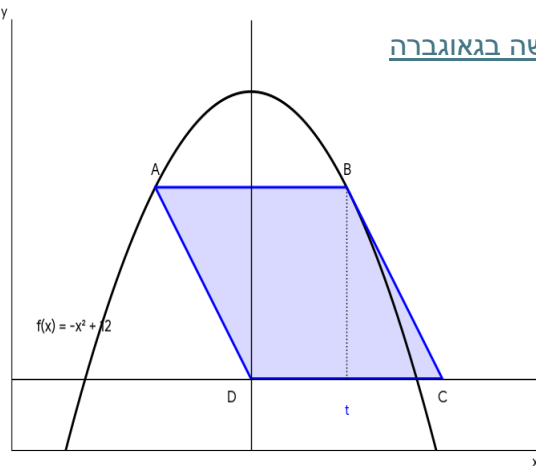
לתרגול נוסף – חלק ב' עמוד 128

בעיות קיצון



1. נתון משולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$).
 בתוך המשולש חסום מלבן $DEFG$. המחשה בגאוגברה
 $BC = 24$, $DG = x$: נתון:
 א. הביעו באמצעות h, x את אורך הצלע DE .
 ב. הביעו באמצעות h את ערכו של x עבור שטח המלבן $DEFG$ הוא מקסימלי.
 ג. נתון כי השטח המקסימלי האפשרי למלבן החסום במשולש זה הוא 96, חשבו את הגובה h .
 ד. חשבו את היקף המשולש ABC .

המחשה בגאוגברה



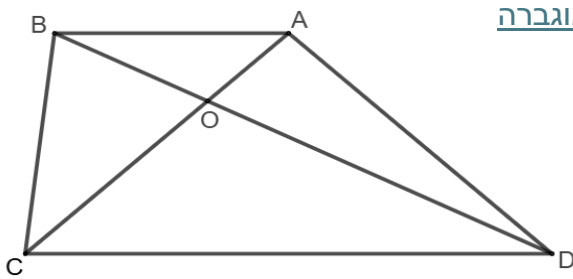
2. לפניכם שרטוט גרף הפונקציה
 $f(x) = -x^2 + 12$. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית.
 הנקודה D היא ראשית הצירים. נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה B ($t > 0$).
 א. מצאו את שיעור ה- x בנקודה A , נמקו.
 ב. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודה C .
 ג. הביעו באמצעות t את שטח המקבילית $ABCD$.
 ד. מצאו את ערך t עבורו שטח המקבילית מקסימלי, וחשבו שטח זה.

לתרגול נוסף – חלק ב' עמוד 28

גיאומטריה

שאלות ללא מעגל

1. המרובע $ABCD$ הוא טרפז $(AB \parallel DC)$. אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O .



המחשה בגאוגברה

נתון כי CA חוצה זווית C .

א. הוכיחו כי $AB = CB$.

נתון כי $AC = AD$.

ב. הוכיחו כי $\Delta ABC \sim \Delta CAD$.

ג. נתון כי $\frac{DC}{AB} = \frac{9}{4}$.

(1) מצאו את היחס בין AC לבין AB .

(2) מצאו את היחס בין שטח הטרפז $ABCD$ לשטח המשולש ABC .

ד. נסמן: $S_{\Delta BOC} = S$.

(1) הביעו באמצעות S את שטח המשולש ABC .

(2) הביעו באמצעות S את שטח הטרפז $ABCD$.

2. המרובע $ABCD$ הוא מלבן. הנקודה E נמצאת על אלכסון המלבן BD .

נתון כי $AE \perp BD$. המשך AE חותך את הצלע CD בנקודה F .

א. הוכיחו כי $\Delta DEF \sim \Delta AED$.

ב. נתון כי $AE = 4$ ו- $EF = 1$.

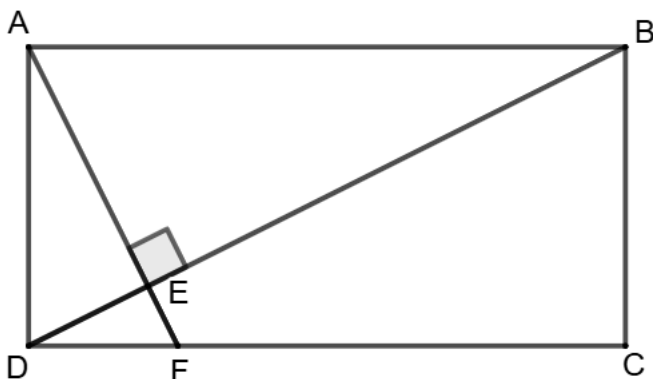
(1) מצאו את אורך הקטע DE .

(2) מצאו את אורך האלכסון BD .

ג. מצאו את היחס $\frac{AB}{AD}$. המחשה בגאוגברה

ד. מצאו את אורך הצלע AB .

ה. חשבו את שטח המרובע $BCFE$.



3. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית. אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה O .

המחשה בגאוגברה

הנקודה E היא אמצע הקטע AB .

א. הנקודה F היא נקודת המפגש של האלכסון AC עם הקטע DE .

(1) מצאו את היחס $\frac{AF}{FO}$.

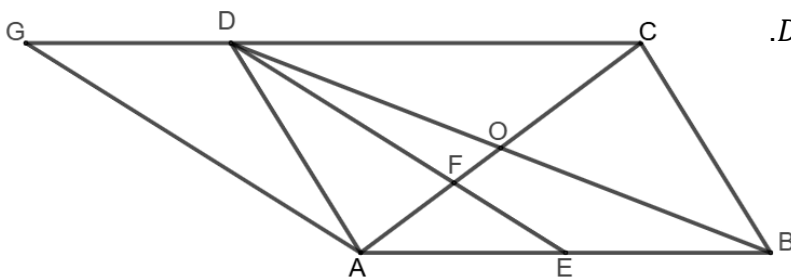
(2) מצאו את היחס $\frac{AF}{AC}$.

הנקודה G נמצאת על המשך הקטע CD כמתואר באיור.

ב. נתון כי $CD = 2GD$.

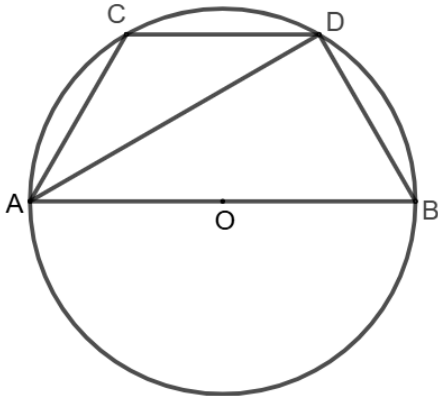
(1) הוכיחו כי $\Delta AEF \sim \Delta CGA$.

(2) מצאו את $\frac{S_{\Delta AEF}}{S_{\Delta CGA}}$.



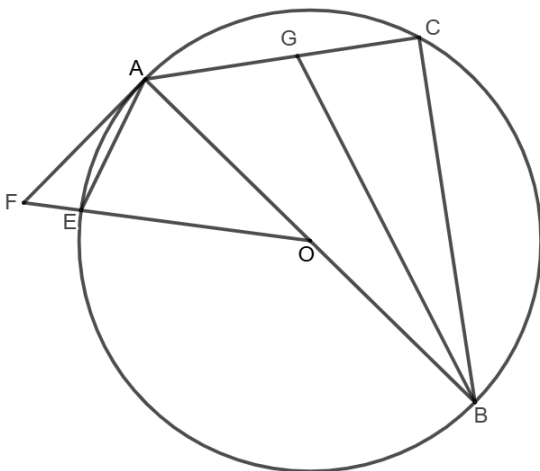
לתרגול נוסף – חלק א' עמוד 295

שאלות עם מעגל



1. AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O ורדיוסו R . המחשה בגאוגברה
- נתון כי D אמצע הקשת BC .
נסמן: $\angle BAD = \alpha$.
- א. הביעו באמצעות α את:
(1) $\angle CAD$
(2) $\angle ABD$
- ב. נתון כי $AC = R$.
(1) הוכיחו כי המשולש ACO הוא שווה צלעות.
(2) מצאו את α .
(3) הוכיחו כי המרובע $ABDC$ הוא טרפז.
- ג. הביעו באמצעות R את אורך האלכסון AD . (תוכלו להשאיר שורש בתשובתכם).
- ד. הביעו באמצעות R את שטח הטרפז $ABDC$.

המחשה בגאוגברה

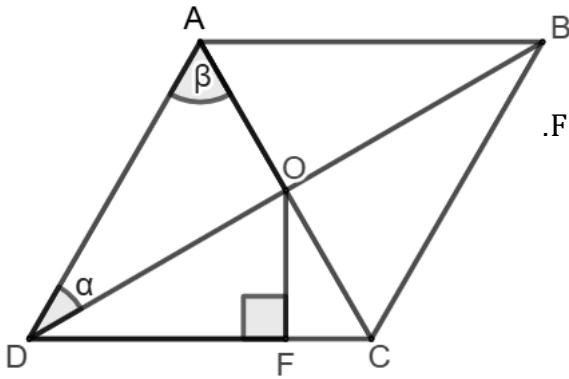


2. AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O ורדיוסו R . הנקודות E ו- C נמצאות על המעגל כמתואר באיור. נתון כי $\widehat{AC} = 2\widehat{AE}$.
- א. הוכיחו כי $\angle ABC = \angle AOE$.
- הנקודה F נמצאת מחוץ למעגל. נתון כי AF משיק למעגל.
ב. הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle FOA$.
- נתון כי $BC = 1.6R$.
- ג. הביעו באמצעות R את:
(1) אורך הקטע AF
(2) אורך הקטע EF
- ד. נתון כי BG חוצה זווית במשולש ABC .
(1) הוכיחו כי $\triangle ABG \sim \triangle FAE$.
(2) חשבו את היחס בין שטח במשולש ABG לשטח המשולש AFE .

לתרגול נוסף – חלק ב' עמוד 212

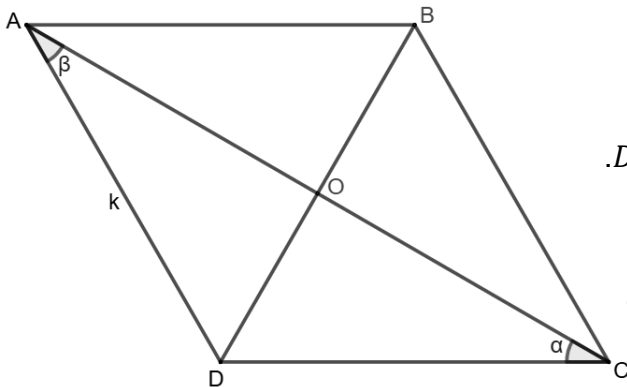
טריגונומטריה

המחשה בגאוגברה



1. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית.
אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה O .
נתון כי $\angle ADB = \alpha$, $\angle DAC = \beta$ ו- $AD = k$, הביעו באמצעות α ו- k את אלכסוני המקבילית.
נתון כי $AD = DC$.
ב. הוכיחו כי המרובע $ABCD$ הוא מעוין.
מהנקודה O העבירו אנך לצלע DC החותך אותו בנקודה F .
ג. הביעו באמצעות k ו- α את אורך הקטע DF .
ד. נתון כי $AO + DF = \frac{5}{4}k$.
(1) מצאו את α .
(2) הביעו באמצעות k את שטח המעוין.

המחשה בגאוגברה

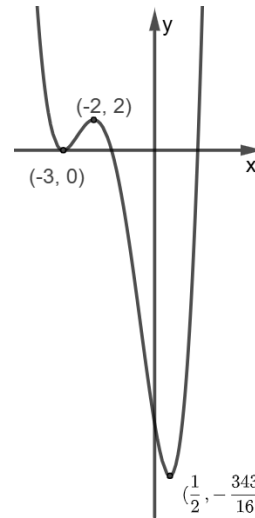


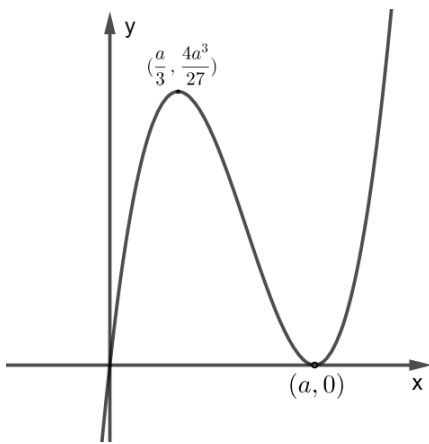
2. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית. נתון כי $\angle D$ קהה.
נתון כי $\angle DAC = \beta$, $\angle ACD = \alpha$ ו- $AD = k$.
א. הביעו באמצעות α , β ו- k את אורך האלכסון AC .
ב. נתון בנוסף כי $AO = k \sin(\alpha + \beta)$.
(1) מצאו את α .
(2) הביעו באמצעות k ו- β את אורך הצלע DC .
ג. נתון כי המקבילית $ABCD$ היא מעוין.
(1) מצאו את β .
(2) הביעו באמצעות k את אורך האלכסון BD .
ד. נתון כי שטח המעוין שווה ל- $32 \cdot \sqrt{3}$.
מצאו את k .

תשובות

חשבון דיפרנציאלי – פולינום

תשובה לשאלה 1

- א. $a = 2$ או $a = 3$. ב. $(\sqrt{2}, 0), (-\sqrt{2}, 0)$, $(-3, 0)$ ו- $(0, -18)$.
 ג. נקודת מקסימום $(-2, 2)$ ונקודות מינימום $(-3, 0)$ ו- $(\frac{1}{2}, -\frac{343}{16})$.
 ד. 
- ה (1). $(-2\sqrt{2}, 0), (2\sqrt{2}, 0)$ ו- $(-6, 0)$.
 ה (2). נקודת מקסימום $x = -4$
 נקודות מינימום $x = -6$ ו- $x = 1$
 ו. $b = \frac{1}{2}$.



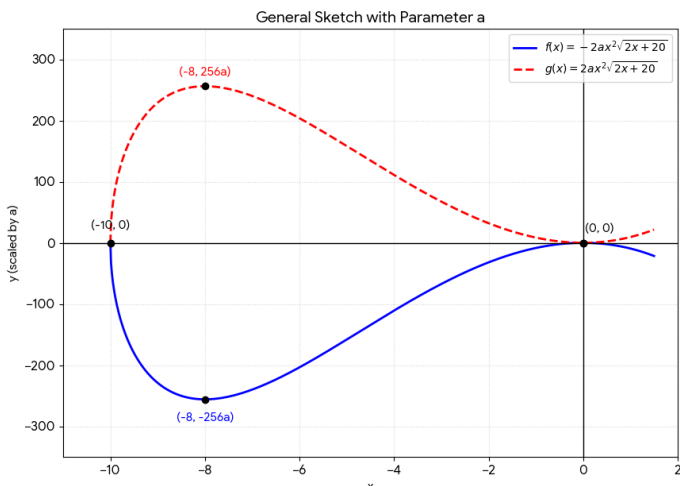
תשובה לשאלה 2

- א. כל x . (1) $(0, 0), (a, 0)$ (2) $(0, 0), (a, 0)$ (3) $(0, 0), (a, 0)$ (4) $(0, 0), (a, 0)$
 ב. $a = 3$ (1)
 (2) $(1, 4), (3, 0)$
 ג. (1) $(3, 2), (1, -2)$
 (2) יש לפונקציה 3 נקודות חיתוך עם ציר ה- x

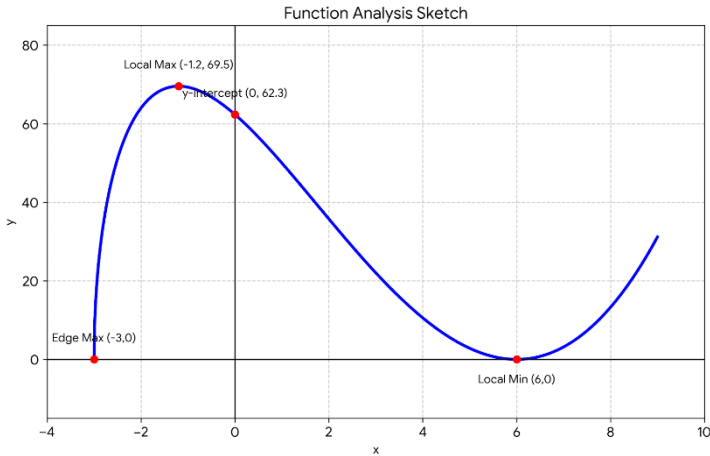
חשבון דיפרנציאלי – פונקציית שורש

תשובה לשאלה 1

- א. (1) $x \geq -10$
 (2) $(-10, 0), (0, 0)$
 (3) מקסימום: $(-10, 0), (0, 0)$
 מינימום: $(-8, -256a)$
 (4) עלייה: $-8 < x < 0$
 ירידה: $x > 0, -10 < x < -8$
 ב. (1) הגרף
 ג. $a = 2$
 ד. $s = 4096$
 (2) $x \geq -10$
 (3) $g'(x) > 0$



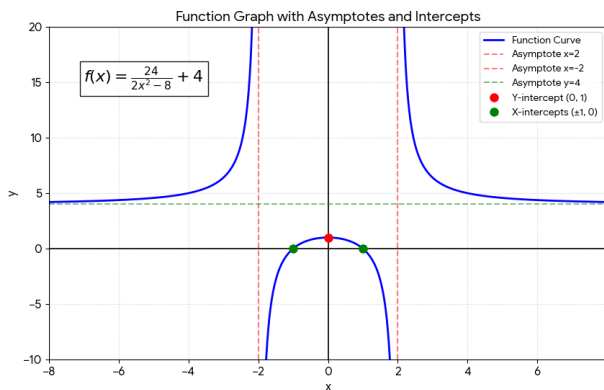
תשובה לשאלה 2



- ה. א. מקסימום: $x = -1.2$, מינימום: $x = 6$.
 ב. עלייה: $x > 6$ או $x < -1.2$, ירידה: $-1.2 < x < 6$.
 ג. $f(0)$.
 ד. (1) $m = 3, k = 6$.
 (2) $x \geq -3$.
 (3) $(6, 0), (-3, 0)$.
 (4) מינימום: $(6, 0)$, מקסימום: $(-1.2, 69.54)$.
 ו. (1) $c = 6$. (2) $x \geq -9$. (3) $x = -7.2$.

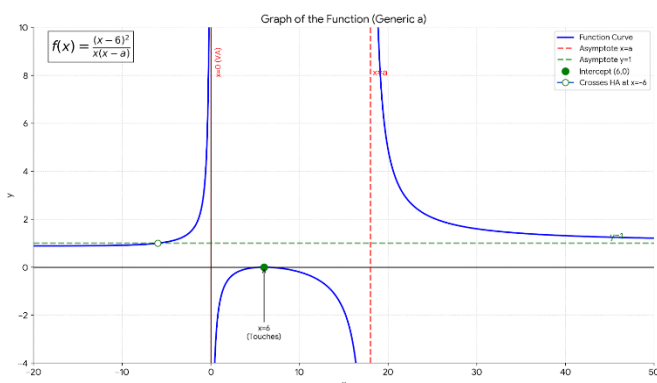
חשבון דיפרנציאלי – פונקציה רציונלית

תשובה לשאלה 1



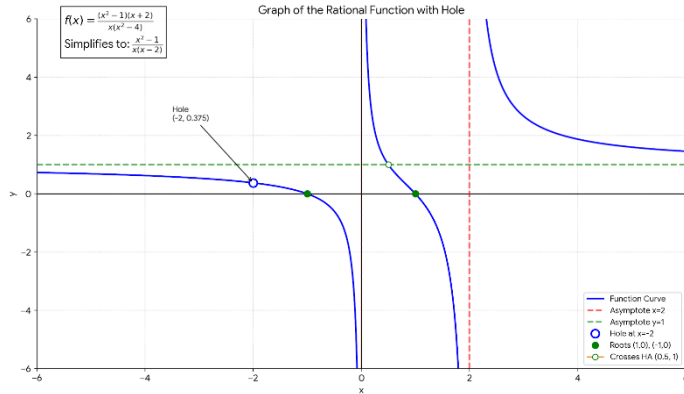
- ה. א. $x \neq 2, -2$.
 ב. $(0, 1), (-1, 0), (1, 0)$.
 ג. $x = 2, -2, y = 4$.
 ד. מקסימום: $(0, 1)$.
 ו. $(0, 1.75)$.
 ז. $x = 2, -2, y = 4.75$.

תשובה לשאלה 2



- ה. א. $x \neq 0, a$.
 ב. $y = 1, x = 0, a$.
 ג. $(6, 0)$.
 ד. מקסימום: $(6, 0)$, מינימום: $(\frac{6a}{12-a}, \frac{24(a-6)}{a^2})$.
 ו. $a = 24$.

תשובה לשאלה 3



- א. $x \neq 0, 2, -2$
 ב. $(-2, \frac{3}{8})$
 ג. $x = 0, 2, y = 1$
 ד. הפונקציה יורדת לכל x .
 ה. $(1,0), (-1,0)$
 ז. $k = 1, \frac{3}{8}$

חשבון דיפרנציאלי - בעיות קיצון

תשובה לשאלה 1

א. $DE = 24 - \frac{24x}{h}$ ב. $x = \frac{h}{2}$ ג. $h = 16$ ד. $P = 64$

תשובה לשאלה 2

א. $-t$ ב. $(2t, 0)$ ג. $S(t) = -2t^3 + 24t$ ד. $S(2) = 32, t = 2$

גיאומטריה - ללא מעגל

תשובה לשאלה 1

א. $(1) \frac{3}{2}$ ג. $(2) \frac{13}{4}$ ד. $(1) \frac{13S}{9}$ ז. $(2) \frac{169S}{36}$

תשובה לשאלה 2

א. $DE = 2$ ב. $BD = 10$ ג. $\frac{AB}{AD} = 2$ ד. $AB = 4 \cdot \sqrt{5}$ ה. $S_{BCFE} = 19$

תשובה לשאלה 3

א. $(1) 2$ א. $(2) \frac{1}{3}$ ב. $(2) \frac{1}{9}$

גיאומטריה - עם מעגל

תשובה לשאלה 1

א. $\sphericalangle CAD = \alpha, \sphericalangle ABD = 90^\circ - \alpha$ ב. $(2) \alpha = 30^\circ$ ג. $AD = \sqrt{3}R$ ד. $S_{ABCD} = \frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$

תשובה לשאלה 2

א. $(1) \frac{3}{4}R$ ג. $(2) \frac{1}{4}R$ ד. $(2) \frac{64}{9}$

טריגונומטריה

תשובה לשאלה 1

א. $\frac{2k \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$ ו- $\frac{2k \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$ ג. $k \cos^2 \alpha$ ד. $(1) 30^\circ$ ז. $(2) \frac{\sqrt{3}}{2}k^2$

תשובה לשאלה 2

א. $AC = k \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha)}$ ב. $(1) \alpha = 30^\circ$ ב. $(2) DC = 2k * \sin(\beta)$

א. $(1) \beta = 30^\circ$ ג. $(2) BD = k$ ד. $k = 8$